
Remontée de nodules polymétalliques par la méthode de pompage par Air-lift

Samuel Lerman



Lycée Saint-Louis
Année scolaire 2019-2020

Avant-propos

Ce document a été rédigé en 2020, à la fin de l'année de TIPE, puis repris et complété en 2026. Le travail expérimental n'a pas changé : toutes les mesures présentées sont celles de 2019-2020 et aucune n'a été ajoutée. Les références citées sont toutes antérieures à 2020.

Travail de 2019-2020

- la mise en cohérence des objectifs du TIPE (chapitre 1) ;
- la première modélisation de la pompe et l'expression de son rendement ;
- la conception du capteur type rotamètre, l'étalonnage du débit d'air, la construction des deux pompes et les deux premières expériences, avec leurs mesures ;
- les programmes d'acquisition, Arduino et de lecture du manomètre (annexes 1 à 3).

Repris ou ajouté en 2026

- la correction de la modélisation : la sortie de la pompe est placée au sommet du coude et non au débitmètre, la mise en vitesse de l'eau à l'entrée du tube est prise en compte, et les débits sont rapportés à la section de la pompe (30 mm) et non à celle du débitmètre (20 mm), erreur qui faussait les courbes théoriques de 2020 ;
- les lois de fermeture (modèle de dérive, frottement selon le régime d'écoulement, perte de charge du débitmètre), l'intégration du bilan le long du tube avec la détente de l'air, le débit d'air minimal et la répartition de la charge motrice ;
- la définition du rendement, avec une compression jusqu'à la pression de l'eau au niveau de l'injection, et sa limite due au glissement de l'air ;
- l'analyse des mesures : le dimensionnement du capteur type rotamètre et l'explication de son échec, les incertitudes de l'anémomètre et du débitmètre, l'estimation du diamètre du tube d'injection sur photo et la comparaison avec le modèle corrigé ;
- l'étude théorique de la remontée de particules solides (section 2.1.3), les prévisions des troisième et quatrième expériences, qui n'avaient pas pu être réalisées, et le protocole proposé pour les mener ;
- la transposition à la remontée de nodules à grande profondeur (chapitre 3) ;
- le programme du modèle (annexe 5) et toutes les figures, retracées avec ce programme.

Abstract

An air-lift pump raises water, and possibly solid particles, by injecting compressed air at the bottom of a submerged vertical pipe : the mixture of water and bubbles is lighter than the surrounding water and is pushed upwards by the hydrostatic pressure. This report studies its use to bring polymetallic nodules up from the deep sea floor. A one-dimensional momentum balance, integrated along the pipe with the isothermal expansion of the air, a drift-flux model for the void fraction and a two-phase friction model, predicts the water flow rate as a function of the air flow rate and of the submergence ratio. It shows that a minimum air flow rate is needed to start pumping, that the slip of the bubbles through the water is the main loss, and that the efficiency cannot exceed about 83% ; for our small pump, it peaks at about 47% for a submergence ratio near 0.8. Two pumps were built and tested with water. The measured flow rates agree with the model in order of magnitude, but the flowmeter, placed in the two-phase flow and never calibrated, does not allow a stricter comparison. The experiments with solid particles could not be carried out ; the model gives the air flow rate needed to lift them and the protocol to test it. An order-of-magnitude scenario for a 4500 m deep riser concludes the report.

Introduction

Ce document présente le travail qu'Adrien Girardot et moi-même avons effectué durant l'année scolaire 2019-2020 dans le cadre de l'épreuve de TIPE à préparer pour les concours oraux des classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) scientifiques. La publication de ce document est due à l'annulation des épreuves orales de 2020 en raison de la crise sanitaire liée au Covid-19.

Ce document présente le système de pompage par Air-lift et son application à la remontée de matériel solide. En raison de la pandémie, ce travail n'a pas pu être conduit dans son intégralité : les expériences avec des particules solides n'ont pas pu être réalisées. Ce document, complété en 2026 (voir l'avant-propos), reprend la modélisation, analyse les mesures effectuées et remplace les résultats manquants par les prévisions du modèle. Dans une première partie, nous présentons la "Mise en Cohérence des Objectifs du TIPE" (MCOT) qui permet de contextualiser le sujet, de le présenter brièvement et de définir la problématique retenue (cette partie correspond aux attendus écrits de l'épreuve). Dans la deuxième partie, nous modélisons le fonctionnement de la pompe air-lift dans le cas diphasique puis triphasique, nous expliquons les étapes de la réalisation de la pompe puis les différentes expériences réalisées. Dans la troisième partie, nous transposons le modèle à une installation de remontée de nodules à grande profondeur.

Ce document se présente sous la forme d'un "journal de bord" décrivant l'évolution de notre travail et ses principales étapes.

Table des matières

Avant-propos	1
Abstract	2
Introduction	2
1 Mise en cohérence des objectifs du TIPE	5
Problématique	6
Objectifs	6
Lien avec le thème “Océan” et motivations	6
Positionnement thématique	6
Mots clés	6
Bibliographie commentée	6
Bibliographie	7
2 La pompe air-lift	9
2.1 Étude théorique	10
2.1.1 Modélisation	10
Équation régissant le fonctionnement de la pompe	11
Modélisation des contraintes	12
2.1.2 Expression du rendement du système air-lift diphasique	15
2.1.3 Remontée de particules solides	17
2.2 Étude expérimentale	18
2.2.1 Mesure du débit d’air	18
2.2.1 a) Capteur type rotamètre	18
2.2.1 b) Étalonnage de la vitesse de l’air en fonction de la pression	19
2.2.2 Construction de la pompe	22
2.2.3 Expériences préliminaires	23
2.2.3 a) Première expérience	23
2.2.3 b) Seconde expérience	25
2.2.3 c) Conclusion des expériences	26
2.2.4 Nouveau dispositif expérimental	27
2.2.5 Expériences avec le nouveau dispositif	28
2.2.5 a) Vérifications	28
2.2.5 b) Troisième expérience	29
2.2.5 c) Quatrième expérience	31
3 Transposition à la remontée de nodules	32
3.1 Ce qui change à grande échelle	32
3.2 Scénario	32
3.3 Résultats	33
Conclusion	34
Annexes	35
Annexe 1	35
Annexe 2	36
Annexe 3	37
Annexe 4	39
Annexe 5	40

Annexe 6	46
--------------------	----

Chapitre 1

Mise en cohérence des objectifs du TIPE

Dans ce chapitre, nous posons le cadre de travail dans le formalisme attendu pour le TIPE. Cette partie sert essentiellement à contextualiser le sujet, à expliquer le fonctionnement du système dans les grandes lignes, à énoncer ce qui a déjà été fait et ce qui est encore sujet à certaines recherches. Nous présentons la problématique retenue ainsi que les objectifs que nous nous sommes fixés pour notre projet (en moins de 100 mots). Nous expliquons en quoi ce sujet s'inscrit dans le thème Océan - thème du TIPE 2019-2020 - et nos motivations. Nous présentons ensuite le positionnement thématique c'est à dire dans quel(s) domaine(s) de la physique notre projet s'inscrit et quelques mots clés décrivant ce travail. Enfin, nous exposons la bibliographie ainsi que la bibliographie commentée qui correspond à un état de l'art du système air-lift.

Problématique

Quels sont les paramètres concernant la pompe et la pulpe (mélange du nodule métallique broyé et de l'eau) à optimiser pour rendre le pompage par Air-lift le plus efficace possible et avoir le meilleur rendement ?

Objectifs

On se propose de réaliser les principaux points ci-dessous :

- Se fixer un cahier des charges respectant les attentes de l'Ifremer concernant le pompage Air-lift.
- Créer un modèle numérique à partir de l'étude théorique de l'écoulement dans la pompe et en déduire des conditions sur la pulpe en respect avec le cahier des charges.
- Créer un montage de pompage par Air-lift pour vérifier expérimentalement les attendus théoriques et affiner le modèle.

Lien avec le thème “Océan” et motivations

Lien avec le thème

Dans le cadre du minage en eau profonde, l'extraction de nodules polymétalliques constitue un enjeu majeur ; devant la rareté de certains matériaux métalliques, l'envolée des prix des minerais et la position dominante de la Chine sur les métaux, leur exploitation est devenue un enjeu économique stratégique.

Motivations

L'Ifremer a été amené à proposer des solutions pour l'extraction de tels métaux. Parmi celles-ci on retrouve le pompage par air-lift présentant encore certaines incertitudes vis-à-vis de sa mise en oeuvre. C'est ce qui m'a poussé à m'interroger sur la faisabilité de cette technique.

Positionnement thématique

Mécanique des fluides, Modélisation informatique, Génie mécanique : conception de produit

Mots clés

Mots clés (en français)

Pompe Air-Lift
Nodules polymétalliques
Exploitation de ressources
Transport de matière
Débit volumique

Mots clés (en anglais)

Air-Lift pump
Polymetallic nodules
Resources exploitation
Material transport
Volumetric flow rate

Bibliographie commentée

Le pompage par la technique air-lift a été utilisé pour le transport de fluides toxiques et l'extraction d'eau de mer et aussi pour le déplacement de pulpe solide dans l'industrie minière. Plus récemment, la remontée de nodules polymétalliques localisés sur les fonds marins est envisagée par cette technique de pompage. Le pompage par air-lift consiste à élever des liquides ou des mélanges de liquides voire même des mélanges triphasés eau-air-solide à travers une conduite verticale [1, 2] en injectant du gaz sous forme de bulles en bas d'une colonne de liquide. Le gaz est comprimé préalablement puis injecté dans le tube de pompage. Le mélange diphasé (eau-air) ou triphasé, plus léger que l'eau qui entoure la conduite, crée une dépression au bas de celle-ci : l'eau extérieure y est poussée et remonte la conduite [1, 3].

Au vu de la simplicité de cette méthode, l'Ifremer a donc été amené à proposer cette solution pour l'extraction et la remontée de ces nodules. Cependant, il existe de nombreuses incertitudes quant à la mise en oeuvre de

cette technique. La profondeur à laquelle les nodules se situent (entre 4000 et 5000 mètres de profondeur [3]), le moyen d'alimenter le système de pompage, et la forme selon laquelle doivent être remontés les nodules constituent en partie les principaux problèmes. Le procédé a été essayé en mer dès les années 1970, jusqu'à 4500 m de profondeur [3].

En effet, il existe de nombreux avantages et inconvénients concernant ce procédé : le rendement assez faible fait partie des principaux défauts. Tandis que l'absence de moteur immergé, de contact fluide-rotor, la résistance à la corrosion, les durabilité et stabilité du processus, le minimum d'énergie requise pour sa maintenance et sa mise en marche, etc... constituent les principaux avantages [3].

De nombreux facteurs influent sur l'efficacité de cette technique. On peut citer par exemple :

- le point d'injection d'air comprimé dans la pompe [2],
- le nombre et le diamètre des trous d'injection d'air [2],
- le débit d'air entrant [1, 2],
- la façon dont l'air est injecté [4],
- l'immersion de la pompe [1, 3],
- la taille et la masse volumique des particules à remonter [2, 5].

L'écoulement du mélange dans la pompe est aussi assez chaotique et donc assez difficile à modéliser. Cependant, de nos jours, le système a été étudié aussi bien expérimentalement que théoriquement. Yoshinaga et Sato [6] ont conduit de nombreuses expériences visant à étudier l'efficacité de la pompe pour remonter des particules solides uniformes et non-uniformes. Les expériences ont été menées avec deux pompes air-lift de même taille mais de diamètre différent ainsi qu'avec un jeu de boules en céramique de débit volumétrique variable. Ils ont également proposé une étude théorique pour prédire les performances de l'air-lift basée sur un bilan de quantité de mouvement, que Giot [3] présente avec un modèle de dérive pour la fraction de gaz et applique à la remontée de nodules. Fujimoto et al. [2] ont étudié une pompe air-lift de 3,2 m de hauteur et de 18 mm de diamètre. Avec un point d'injection situé à 27, 80, 130 ou 200 cm du bas de la pompe, les débits d'eau et de particules sont d'autant plus grands que l'injection est basse. Avec quatre trous d'injection, le diamètre des trous n'a presque plus d'effet à partir de 3 mm. Enfin, les particules les plus petites (2 mm) et les moins denses (verre plutôt qu'alumine) sont remontées en plus grande quantité, et une particule n'est remontée que si l'eau monte plus vite que sa vitesse de chute. De plus récentes expériences ont montré qu'une injection d'air sous forme de jet de bulles [4] permettait de décoller et de remonter des sédiments du fond, et Mahrous [5] a étudié numériquement l'effet de la taille des particules sur le rendement.

Bibliographie

- [1] Florent RAVELET. "Expérience de pompage par air-lift". Sujet de travaux pratiques, Arts et Métiers Paris-Tech (2015). URL : <http://florent.ravelet.free.fr/ge3mp/TPAIRlift2016.pdf>.
- [2] Hitoshi FUJIMOTO, Satoshi OGAWA, Hirohiko TAKUDA et Natsuo HATTA. "Operation Performance of a Small Air-Lift Pump for Conveying Solid Particles". In : *Journal of Energy Resources Technology* 125 (2003), p. 17-25.
- [3] Michel GIOT. "Le système de pompage air-lift et la remontée des nodules polymétalliques marins". In : *La Houille Blanche* 6/7 (1979), p. 359-366.
- [4] Michio SADATOMI, Akimaro KAWAHARA et Takumi NISHIYAMA. "Experiment and Performance Prediction of Bubble-Jet Type Air-Lift Pump for Dredging Sediments on Sea and Lake Beds". In : *Advances in Fluid Mechanics and Heat and Mass Transfer* (2012), p. 311-316.
- [5] A-F. MAHROUS. "Numerical Study of Solid Particles-Based Airlift Pump Performance". In : *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics* 7.3 (2012), p. 221-230.
- [6] T. YOSHINAGA et Y. SATO. "Performance of an air-lift pump for conveying coarse particles". In : *International Journal of Multiphase Flow* 22 (1996), p. 223-238.
- [7] N. ZUBER et J. A. FINDLAY. "Average volumetric concentration in two-phase flow systems". In : *Journal of Heat Transfer* 87 (1965), p. 453-468.
- [8] M. ISHII. "One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes". Rapport ANL-77-47, Argonne National Laboratory (1977).
- [9] D. J. NICKLIN, J. O. WILKES et J. F. DAVIDSON. "Two-phase flow in vertical tubes". In : *Transactions of the Institution of Chemical Engineers* 40 (1962), p. 61-68.
- [10] S. L. SMITH. "Void fractions in two-phase flow : a correlation based upon an equal velocity head model". In : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 184 (1969), p. 647.

- [11] S. W. CHURCHILL. “Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes”. In : *Chemical Engineering* 84.24 (1977), p. 91-92.
- [12] R. W. LOCKHART et R. C. MARTINELLI. “Proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes”. In : *Chemical Engineering Progress* 45 (1949), p. 39-48.
- [13] D. CHISHOLM. “A theoretical basis for the Lockhart-Martinelli correlation for two-phase flow”. In : *International Journal of Heat and Mass Transfer* 10 (1967), p. 1767-1778.
- [14] I. E. IDELCHIK. *Handbook of Hydraulic Resistance*. 3^e éd. Begell House, 1996.
- [15] D. J. NICKLIN. “The air-lift pump : theory and optimisation”. In : *Transactions of the Institution of Chemical Engineers* 41 (1963), p. 29-39.
- [16] R. CLIFT, J. R. GRACE et M. E. WEBER. *Bubbles, Drops, and Particles*. Academic Press, 1978.
- [17] Voltcraft. “PL-135HAN, anémomètre à fil chaud : notice d’utilisation”. Caractéristiques techniques.
- [18] D. G. THOMAS. “Transport characteristics of suspension : VIII. A note on the viscosity of Newtonian suspensions of uniform spherical particles”. In : *Journal of Colloid Science* 20 (1965), p. 267-277.
- [19] I. KATAOKA et M. ISHII. “Drift flux model for large diameter pipe and new correlation for pool void fraction”. In : *International Journal of Heat and Mass Transfer* 30.9 (1987), p. 1927-1939.
- [20] M. SADATOMI, S. SUGIKUBO, D. GOTO, K. TAJIRI et A. KAWAHARA. “Feasibility Study on Lifting of Seabed Materials Using a Bubble-Jet-Type Air-Lift Pump”. In : *Journal of Mechanics Engineering and Automation* 5 (2015), p. 533-541.

Chapitre 2

La pompe air-lift

Ce chapitre montre l'évolution de notre TIPE et explore le fonctionnement du système air-lift. Dans l'objectif de déterminer si la pompe air-lift est un système adapté à la remontée de nodules polymétalliques ou non, nous décrivons dans un premier temps l'aspect théorique du système air-lift pour la remontée de fluide uniquement, puis pour la remontée de particules solides. La mise en équation permet non seulement de comprendre le fonctionnement de l'air-lift mais également de déduire des conditions notamment sur le débit d'air, le point d'injection d'air et le rapport d'immersion de la pompe mais plus notablement sur le rendement du système (qui ne peut dépasser environ 83%).

La seconde partie permet de suivre notre avancement expérimental : les moyens de mesurer le débit d'air injecté, la construction du premier dispositif expérimental, les expériences menées avec celui-ci, puis la construction du second dispositif expérimental ; toujours dans l'optique d'optimiser le rendement énergétique du système tout en conservant un débit d'eau sortant optimal.

2.1 Étude théorique

2.1.1 Modélisation

Nous modélisons dans un premier temps l'écoulement diphasique dans la pompe en utilisant principalement le bilan de quantité de mouvement projeté sur l'axe de la conduite. Un modèle proposé est celui de Yoshinaga et Sato (1996) [6], repris par Ravelet [1]. Il a été validé par d'autres auteurs sur des expériences différentes (Kassab et al., 2007).

Description du modèle

On considère un volume de contrôle fixe constitué des volumes occupés à chaque instant par chaque phase. Ces volumes dépendent du temps, et sont séparés par des interfaces qui sont mobiles. En appliquant les opérations de moyenne spatiale et temporelle, on aboutit à des équations faisant intervenir des produits des moyennes de produit. Pour simplifier le bilan on utilisera des variables moyennées et on émettra donc les hypothèses suivantes.

Hypothèses

- L'écoulement est permanent en moyenne et unidimensionnel : on prend les coefficients de corrélation des moyennes tous égaux à 1 ;
- On considère que la pression est uniforme sur la section de la conduite ;
- L'air est un gaz parfait qui se détend de façon isotherme en montant ;
- L'air est injecté perpendiculairement à la conduite : il n'apporte pas de quantité de mouvement selon l'axe ;
- On regroupe tous les effets non pris en compte dans un terme de contrainte sur les parois.

Paramètres physiques

Les paramètres physiques sont :

- g l'accélération de la pesanteur ;
- μ_l la viscosité dynamique du liquide ;
- ρ_l sa masse volumique ;
- μ_g la viscosité dynamique du gaz ;
- ρ_g sa masse volumique, qui dépend de la pression ;
- p_a la pression atmosphérique.

Paramètres géométriques

Les paramètres géométriques sont (voir Fig 2.1) :

- D le diamètre du tube et $A = \pi D^2/4$ sa section ;
- L_1 la longueur du tube au dessus de l'injection d'air, jusqu'à sa sortie (le sommet du coude) ;
- L_2 la longueur du tube en dessous de l'injection d'air ;
- L_3 la hauteur de la colonne d'eau à l'extérieur du tube, au dessus de l'injection d'air. On définit un rapport d'immersion $\gamma = L_3/L_1$.

Paramètres de contrôle

Le seul paramètre de contrôle est le débit volumique d'air Q_g , utilisé sous forme de vitesse superficielle $J_g = Q_g/A$ dans les équations, où A est la section de la pompe ($D = 30$ mm). Le débit d'air mesuré, $Q_{g,a}$, est celui de l'air à la pression atmosphérique ; l'air se détendant en montant, $J_g(z) = Q_{g,a} p_a / (A p(z))$.

Paramètres d'ordre

On s'intéresse à la prédiction du débit d'eau pompée Q_l , ou à la vitesse superficielle $J_l = Q_l/A$. On note également :

- α_g la fraction volumique d'air dans le tube (ou taux de vide) ;
- α_l la fraction volumique d'eau dans le tube ;
- U_l la vitesse moyenne de la phase liquide et $U_{l,O}$ sa valeur en sortie de tube ;
- U_g la vitesse moyenne de la phase gazeuse et $U_{g,O}$ sa valeur en sortie de tube ;
- $\rho_m = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l$ la masse volumique moyenne du mélange.

On a les relations immédiates :

$$\alpha_l = 1 - \alpha_g \quad U_l = \frac{J_l}{\alpha_l} \quad U_g = \frac{J_g}{\alpha_g}$$

Bilan de quantité de mouvement

La variation de quantité de mouvement dans un volume de contrôle est égale à la somme vectorielle des forces agissant sur celui-ci. On doit tenir compte :

- du flux de quantité de mouvement entrant par le bas du tube et de celui sortant par le haut du tube ;
- de la mise en vitesse de l'eau du bac, initialement au repos, à l'entrée du tube ;
- du poids de la colonne de fluide dans le tube ;
- des forces de pression à l'entrée et à la sortie du tube ;
- des forces de frottement en paroi, dans les parties monophasique et diphasique ;
- d'éventuelles pertes de charge singulières à l'entrée du tube et dans la partie diphasique (débitmètre).

Entre la surface libre et l'injection

Sous l'injection d'air, l'écoulement est monophasique. On applique le théorème de Bernoulli généralisé entre la surface libre du bac, où l'eau est au repos à la pression p_a , et la section située juste sous l'injection, où la pression vaut p_i :

$$p_i = p_a + \rho_l g L_3 - \left(1 + \xi_e + \lambda_l \frac{L_2}{D}\right) \frac{1}{2} \rho_l J_l^2 \quad (2.1)$$

où le terme 1 correspond à la pression dynamique dépensée pour mettre l'eau en mouvement, ξ_e au coefficient de perte de charge singulière à l'entrée du tube et $\lambda_l L_2/D$ au frottement sur la longueur L_2 .

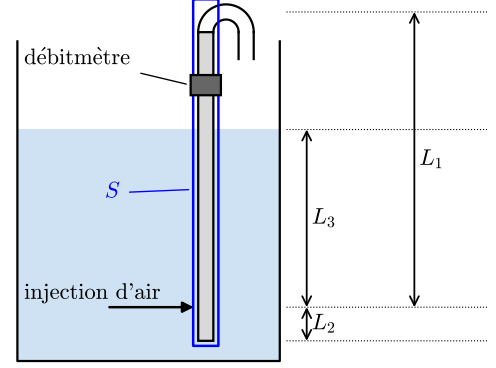


FIGURE 2.1 – Schéma de la pompe et du système S .

Au dessus de l'injection

On considère le système ouvert S , fixe, qui contient le mélange diphasé air-eau entre l'injection et la sortie du tube, au sommet du coude (voir Fig 2.1). On note $\vec{u}_z$ le vecteur unitaire orienté selon l'axe vertical. En régime permanent, le flux de quantité de mouvement sortant moins le flux entrant est égal à la somme des forces :

$$(\rho_l J_l U_{l,O} + \rho_g J_g U_{g,O} - \rho_l J_l^2) A \vec{u}_z = (p_i - p_a) A \vec{u}_z - \left(\int_0^{L_1} \rho_m g A dz \right) \vec{u}_z - \left(\int_0^{L_1} \tau_w \pi D dz \right) \vec{u}_z - \Delta p_s A \vec{u}_z$$

où τ_w est la contrainte de frottement sur la paroi latérale $\pi D dz$ et Δp_s la perte de charge singulière de la partie diphasique. En divisant par A , le frottement donne le gradient de pression $(dp/dz)_f = 4\tau_w/D$.

Équation de fonctionnement

En éliminant p_i grâce à (2.1), on obtient l'équation de fonctionnement de la pompe :

$$\begin{aligned} \rho_l g L_3 &= \int_0^{L_1} \rho_m g dz & (1) \\ &+ (\rho_l J_l U_{l,O} + \rho_g J_g U_{g,O}) - \rho_l J_l^2 & (2) \\ &+ \int_0^{L_1} \left(\frac{dp}{dz} \right)_f dz & (3) \\ &+ \left(1 + \xi_e + \lambda_l \frac{L_2}{D} \right) \frac{1}{2} \rho_l J_l^2 & (4) \\ &+ \Delta p_s & (5) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Le membre de gauche est la charge motrice : la surpression hydrostatique au niveau de l'injection. Elle sert à :

- (1) : porter la colonne de mélange, plus légère que l'eau ;
- (2) : accélérer l'eau, qui va plus vite dans le mélange ($U_l > J_l$), et l'air ;
- (3) : vaincre les forces de frottement sur la paroi de la partie diphasique ;
- (4) : mettre l'eau en mouvement et vaincre les pertes de charge à l'entrée et dans la partie monophasique ;
- (5) : vaincre les pertes de charge singulières de la partie diphasique.

Si le taux de vide et le débit d'air étaient uniformes, le terme (1) vaudrait simplement $\rho_m g L_1$. Nous gardons l'intégrale car l'air se détend en montant : l'effet est faible dans notre pompe, mais il devient prépondérant pour une conduite de plusieurs kilomètres (chapitre 3).

Modélisation des contraintes

Il reste à exprimer le taux de vide, le frottement et les pertes singulières en fonction des débits.

Taux de vide

On utilise le modèle de dérive de Zuber et Findlay [7], que Giot [3] applique à l'air-lift :

$$U_g = \frac{J_g}{\alpha_g} = C_0 (J_g + J_l) + V_{gj} \quad \text{soit} \quad \alpha_g = \frac{J_g}{C_0 (J_g + J_l) + V_{gj}} \quad (2.3)$$

Le coefficient $C_0 \approx 1,2$ traduit le fait que l'air se concentre au centre de la conduite, là où le mélange va le plus vite [8]. La vitesse de dérive V_{gj} est la vitesse à laquelle les bulles montent à travers l'eau sous l'effet de la poussée d'Archimède. Dans un tube de quelques centimètres, l'écoulement observé, qui sort en "gerbes" périodiques, est un écoulement à poches : de grosses bulles occupant presque toute la section, séparées par des bouchons d'eau. Pour cet écoulement, $V_{gj} = 0,35\sqrt{gD}$ [9], soit 0,19 m/s pour $D = 30$ mm.

Yoshinaga et Sato [6] et Fujimoto et al. [2] utilisent la corrélation de Smith [10], qui ne dépend que du titre massique $x = \rho_g J_g / (\rho_g J_g + \rho_l J_l)$:

$$\alpha_g = \left[1 + 0,4 \frac{\rho_g}{\rho_l} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + 0,6 \frac{\rho_g}{\rho_l} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \left[\frac{\frac{\rho_l}{\rho_g} + 0,4(\frac{1}{x} - 1)}{1 + 0,4(\frac{1}{x} - 1)} \right]^{0,5} \right]^{-1}$$

Elle ne tient pas compte de la montée des bulles : pour une eau immobile ($J_l = 0$), elle donne $\alpha_g = 1$, comme si l'air remplissait le tube. Elle prévoit donc un pompage pour n'importe quel débit d'air, alors que l'expérience montre qu'il faut un débit minimal (Fig 2.2). Aux débits d'air usuels, les deux lois donnent des résultats proches ; nous retenons le modèle de dérive.

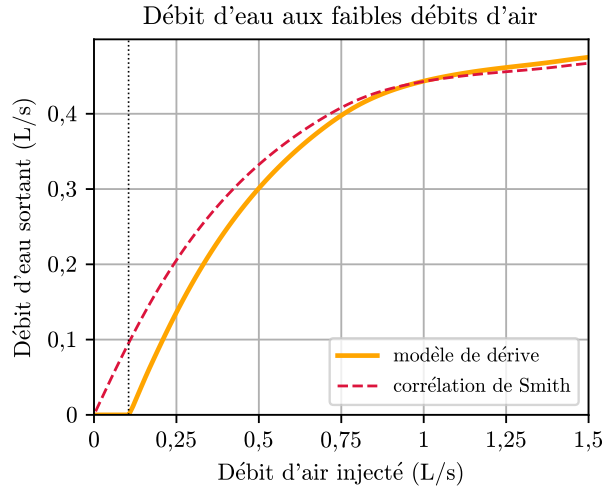


FIGURE 2.2 – Débit d'eau théorique pour les deux lois de taux de vide (pompe n°1, $\gamma = 0,60$). Le trait pointillé marque le débit d'air minimal (2.6).

Frottements

Pour une phase s'écoulant seule dans le tube à la vitesse J , le gradient de pression dû au frottement s'écrit $(dp/dz) = \lambda \rho J^2 / (2D)$ où λ dépend du nombre de Reynolds $Re = \rho J D / \mu$: $\lambda = 64/Re$ en régime laminaire et $\lambda = 0,316 Re^{-0,25}$ (corrélation de Blasius) en régime turbulent. Pour raccorder les deux lois sans discontinuité, on utilise la formule de Churchill [11]. Dans notre pompe, l'eau est turbulente ($Re_l \approx 10\,000$) mais l'air est laminaire ($Re_g \approx 1500$).

Pour la partie diphasique, on utilise la corrélation de Lockhart et Martinelli [12] sous la forme de Chisholm [13] :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_f = \left(\frac{dp}{dz} \right)_l \left(1 + \frac{C}{\chi} + \frac{1}{\chi^2} \right) \quad \text{avec} \quad \chi = \sqrt{\frac{(dp/dz)_l}{(dp/dz)_g}} \quad (2.4)$$

où C vaut 20 si les deux phases sont turbulentes, 12 si seul le gaz l'est, 10 si seul le liquide l'est et 5 si aucune ne l'est.

Pertes de charge singulières

À l'entrée du tube, on prend $\xi_e = 0,5$ (entrée à arête vive [14]). Dans la partie diphasique, une singularité de

coefficient ξ_s est traitée en supposant que l'air et l'eau la traversent à la même vitesse (modèle homogène) :

$$\Delta p_s = \xi_s \frac{1}{2} (\rho_l J_l + \rho_g J_g) (J_l + J_g) \quad (2.5)$$

Résolution

Pour un débit d'air donné, l'inconnue est J_l . Pour une valeur de J_l , on calcule p_i par (2.1) puis on intègre le bilan de bas en haut, par petits pas, en mettant à jour la masse volumique de l'air, J_g et α_g avec la pression locale. Le débit d'eau cherché est celui pour lequel la pression en sortie vaut p_a ; on le trouve par dichotomie. Le programme est donné en Annexe 5.

Débit d'air minimal

Sans pertes et pour $J_l = 0$, l'équation (2.2) se réduit à $\rho_l g L_3 = (1 - \alpha_g) \rho_l g L_1$, soit $\alpha_g = 1 - \gamma$: il faut que l'air occupe la fraction $1 - \gamma$ de la colonne pour qu'elle soit en équilibre avec l'eau du bac. Le modèle de dérive (2.3) donne alors le débit d'air en dessous duquel la pompe ne débite pas :

$$J_{g,0} = \frac{V_{gj} (1 - \gamma)}{1 - C_0 (1 - \gamma)} \quad (2.6)$$

Pour notre pompe dans les conditions de la première expérience ($\gamma = 0,60$), $J_{g,0} = 0,15$ m/s, soit $Q_{g,0} = 0,10$ L/s. On voit aussi qu'aucun pompage n'est possible si $\gamma \leq 1 - 1/C_0 \approx 0,17$.

Courbes théoriques

Cette mise en équation permet déjà de voir comment la pompe fonctionne : en injectant de l'air en bas de la pompe, la colonne s'allège, la pression au bas du tube devient inférieure à la pression de l'eau à la même profondeur dans le bac, et l'eau est poussée dans le tube. Elle nous permet en outre de déterminer théoriquement pour quel rapport d'immersion ou quelle hauteur de point d'injection d'air le débit d'eau est optimal. C'est ce qui nous a permis par la suite de construire le dispositif expérimental de façon à avoir un débit d'eau optimal.

Nous avons donc tracé l'évolution du débit d'eau sortant (en L/s) en fonction du débit d'air injecté (en L/s) pour différents rapports d'immersion (Fig 2.3 (a)) et pour différents points d'injection, le tube et le niveau d'eau restant fixes (Fig 2.3 (b)). Voici les courbes obtenues pour notre pompe (voir les paramètres géométriques pour la signification de γ et L_2) :

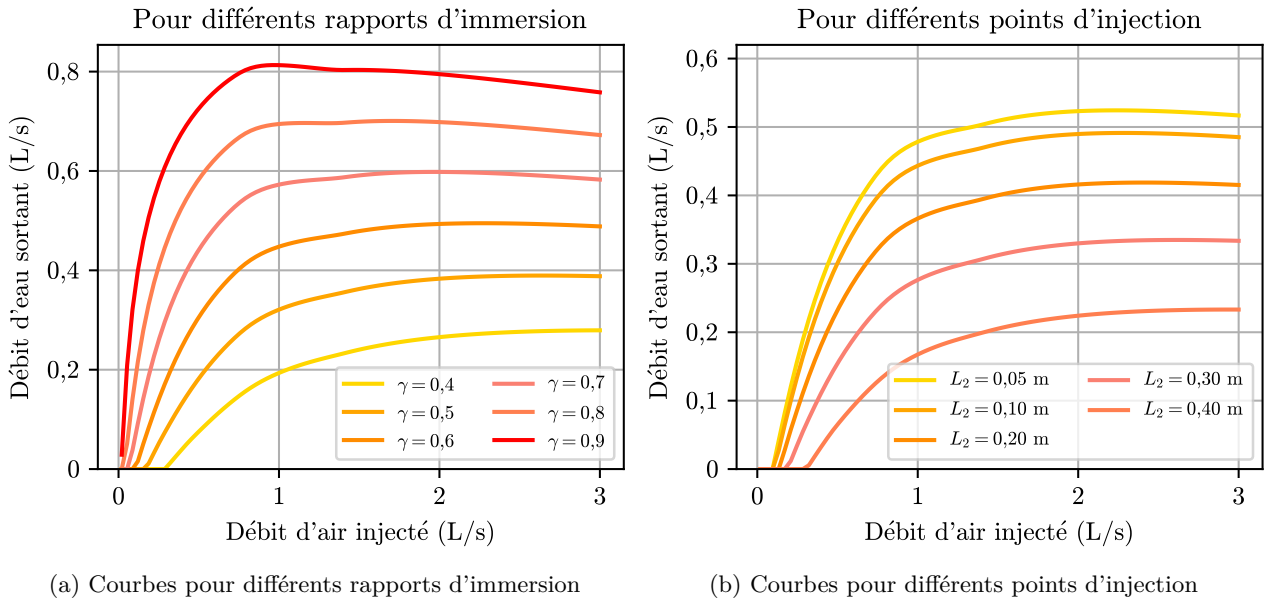


FIGURE 2.3 – Courbes théoriques du débit d'eau sortant en fonction du débit d'air injecté (pompe n°1, $D = 30$ mm, sans débitmètre)

Au-delà du débit minimal, le débit d'eau croît vite : chaque litre d'air allège la colonne. Il atteint ensuite un maximum assez plat, puis décroît lentement car le frottement et l'accélération du mélange, qui croissent comme le carré des vitesses, l'emportent sur l'allègement. Pour $\gamma = 0,6$, le maximum vaut 0,49 L/s pour un débit d'air de 2,3 L/s. Plus la pompe est immergée, plus elle débite, et il est préférable de placer le point d'injection le plus bas possible : on augmente alors à la fois L_3 et γ .

Où passe la charge motrice ?

Pour comprendre ce qui limite la pompe, on sépare le poids du mélange (1) en deux parts. Si l'air et l'eau montaient à la même vitesse, la fraction d'air vaudrait $J_g/(J_g + J_l)$; en réalité l'air monte plus vite que l'eau, la colonne retient plus d'eau et pèse plus lourd. Cette différence est le surpoids dû au glissement de l'air. La Fig 2.4 montre la part de chaque terme de (2.2) pour la pompe n°1 avec son débitmètre. Dans les conditions de la première expérience (trait pointillé), le glissement consomme 30% de la charge motrice et le débitmètre 14%, tandis que le frottement (2,2%), l'accélération (3,0%) et l'entrée (2,1%) restent faibles. Le faible rendement de la pompe n'est donc pas dû au frottement : l'air traverse l'eau sans la porter.

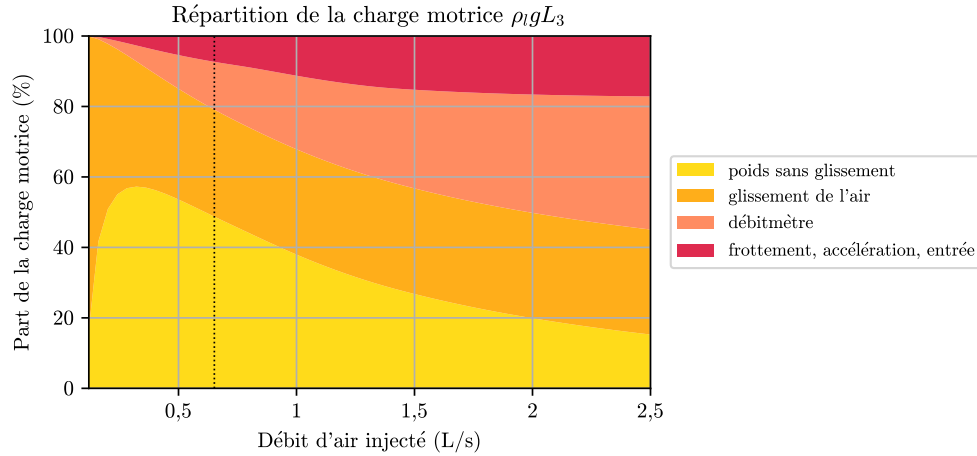


FIGURE 2.4 – Répartition de la charge motrice entre les termes de l'équation de fonctionnement (pompe n°1 avec débitmètre, $\gamma = 0,60$)

2.1.2 Expression du rendement du système air-lift diphasique

On définit le rendement du dispositif comme étant le rapport de la puissance absorbée par l'air-lift sur la puissance fournie par le compresseur :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_a}{\mathcal{P}_f}$$

avec :

- $\mathcal{P}_a$ la puissance nécessaire pour élever l'eau d'une hauteur $L_1 - L_3$, de la surface libre du bac jusqu'à la sortie du tube ;
- $\mathcal{P}_f$ la puissance de compression isotherme de l'air pour passer de p_a à $p_a + \rho_l g L_3$, la pression de l'eau au niveau de l'injection d'air [15, 3].

Calcul de $\mathcal{P}_f$

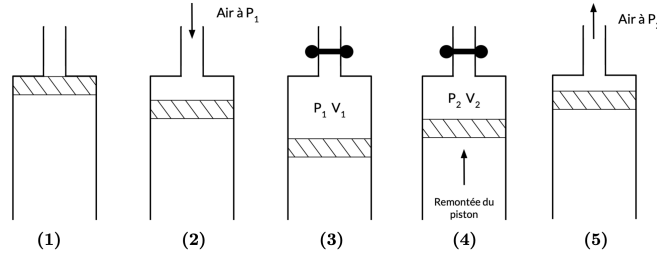


FIGURE 2.5 – Schéma fonctionnement du compresseur à piston

On note $n = C^{te}$ la quantité de matière d'air entrant dans le piston et V_1, V_2 le volume d'air entrant et sortant. $P_1 = p_a$ et $P_2 = p_a + \rho_l g L_3$. La compression étant isotherme, on a $PV = C^{te}$.

1. Travail d'admission

Pour une compression isotherme dans le compresseur on passe d'un volume quasi-nul à un volume V_1 ((1) → (2)), c'est l'air rentrant qui exerce un travail sur le piston : $W_{ad} = -P_1 V_1$

2. Travail de compression

Le travail des forces de pression pendant la compression isotherme ((3) → (4)) est défini par :

$W_c = - \int_{V_1}^{V_2} P dV$. C'est un travail positif ($dV < 0$) fourni du piston au fluide.

3. Travail de refoulement

Le volume final étant nul et le refoulement se faisant à P_2 , ce travail est fourni au fluide par le piston qui "pousse" le gaz dehors. Le travail de refoulement est $W_r = P_2 V_2$.

Travail total

Le travail fourni par le compresseur est donc :

$$W = -P_1 V_1 + \int_{V_1}^{V_2} -P dV + P_2 V_2 = \int_{P_1}^{P_2} \underbrace{PV}_{=nRT=C^{te}} \frac{dP}{P}$$

donc

$$W = nRT \ln \left(\frac{p_a + \rho_l g L_3}{p_a} \right)$$

soit, avec $nRT = p_a V_1$ et $Q_{g,a}$ le débit d'air à la pression atmosphérique,

$$\mathcal{P}_f = Q_{g,a} p_a \ln \left(\frac{p_a + \rho_l g L_3}{p_a} \right) \quad (2.7)$$

C'est la puissance minimale à fournir à l'air : celle d'un compresseur réel est plus grande, et son rendement propre s'ajoute à celui de la pompe.

Calcul de $\mathcal{P}_a$

$\mathcal{P}_a$ est la puissance nécessaire pour élever l'eau d'une hauteur $L_1 - L_3$ donc

$$\mathcal{P}_a = gQ_l\rho_l(L_1 - L_3) \quad (2.8)$$

Rendement η

$$\eta = \frac{\rho_l g Q_l (L_1 - L_3)}{Q_{g,a} p_a \ln \left(1 + \frac{\rho_l g L_3}{p_a} \right)} \quad (2.9)$$

Une limite due au glissement

En négligeant le frottement, l'accélération et la détente de l'air, et comme $\rho_l g L_3 \ll p_a$, on a $\alpha_g = 1 - \gamma$ et $\eta \approx (J_l/J_g)(1 - \gamma)/\gamma$. En tirant J_l de (2.3) :

$$\eta \approx \frac{1 - C_0(1 - \gamma)}{C_0 \gamma} - \frac{V_{gj}(1 - \gamma)}{C_0 \gamma J_g} \quad (2.10)$$

Sans glissement ($C_0 = 1$, $V_{gj} = 0$), on trouverait $\eta = 1$: toute l'énergie de détente de l'air servirait à élever l'eau. Le second terme montre que le rendement est nul au débit d'air minimal et faible aux petits débits d'air : les bulles s'échappent à travers l'eau. Le premier terme montre que, même sans aucun frottement et pour un très grand débit d'air, le rendement ne peut pas dépasser $1/C_0 \approx 83\%$. Pour $\gamma = 0,60$, cette limite vaut 72%.

Courbes théoriques

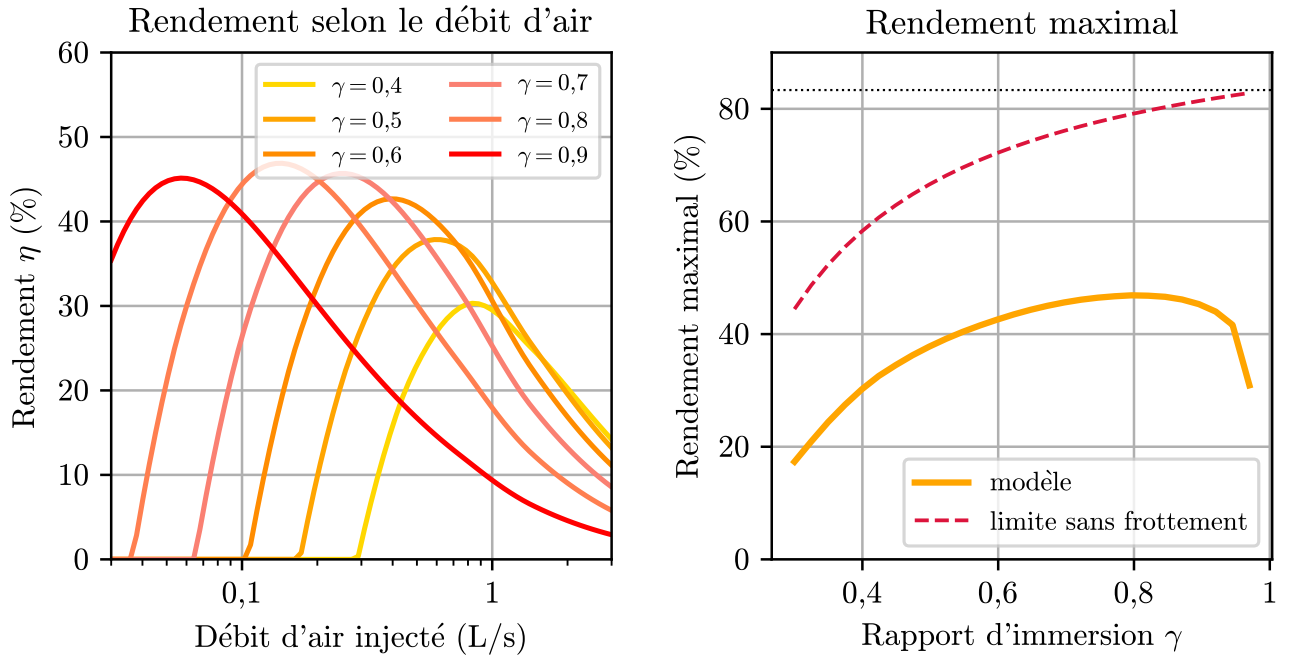


FIGURE 2.6 – Rendement théorique en fonction du débit d'air injecté pour différents rapports d'immersion (à gauche) et rendement maximal en fonction du rapport d'immersion (à droite), pompe n°1 sans débitmètre

La première chose à noter est que le frottement empêche d'atteindre la limite (2.10) : le rendement passe par un maximum pour un débit d'air faible mais nettement supérieur au débit minimal, puis décroît. Par conséquent, débit d'eau maximal n'implique pas rendement maximal, et il faudra envisager un compromis entre rendement et débit d'eau sortant. Ensuite, il existe un rapport d'immersion optimal : le rendement maximal croît avec γ jusqu'à environ 0,80, où il vaut 47%, puis chute car la hauteur de refoulement $L_1 - L_3$ tend vers zéro. Cet optimum est conforme à ce qu'indique Giot [3], pour qui le rendement dépasse difficilement 50%.

2.1.3 Remontée de particules solides

Vitesse de chute d'une particule

Une particule sphérique de diamètre d et de masse volumique ρ_s placée dans de l'eau au repos tombe à une vitesse u_t atteinte lorsque la traînée équilibre son poids apparent :

$$u_t = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g d}{C_D} \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l}} \quad (2.11)$$

Le coefficient de traînée C_D dépend du nombre de Reynolds de la particule ; il vaut environ 0,44 pour les particules de quelques millimètres [16]. Dans un tube, les parois freinent un peu la particule, ce qu'on prend en compte par le facteur $1 - (d/D)^{1,5}$ [16].

Condition de remontée

Dans un écoulement d'eau montant à la vitesse U_l , la particule monte à la vitesse $U_s \approx U_l - u_t$. Sous l'injection, où l'eau est seule, elle ne monte donc que si

$$J_l > u_t \quad (2.12)$$

ce qu'ont vérifié Fujimoto et al. [2]. Au dessus de l'injection, l'eau accélère : la condition la plus sévère est en bas du tube.

Bilan de quantité de mouvement

L'équation de fonctionnement (2.2) s'étend aux particules comme chez Yoshinaga et Sato [6] et Giot [3]. On note J_s la vitesse superficielle des particules et α_s leur fraction volumique, reliées par $J_s = \alpha_s U_s$. Les particules ajoutent :

- leur poids apparent $(\rho_s - \rho_l)\alpha_s g$ par unité de longueur sous l'injection, et leur poids $\rho_s \alpha_s g$ dans le mélange ;
- leur flux de quantité de mouvement $\rho_s J_s U_s$, qu'il faut leur fournir à l'entrée du tube ;
- leur volume, qui se retranche de celui de l'eau : $\alpha_l = 1 - \alpha_g - \alpha_s$.

On néglige le frottement propre des particules, ce qui est raisonnable tant que leur fraction volumique reste de quelques pour cent. Si l'eau monte trop lentement, la suspension devient dense et lourde : il n'y a plus de solution, le tube se bouche. Pour un débit d'air donné, deux débits d'eau peuvent équilibrer la colonne ; seul le plus grand est stable.

2.2 Étude expérimentale

Cette partie propose de suivre notre avancement dans la réalisation de la pompe, les différentes expériences menées, les obstacles auxquels nous avons fait face, etc... Dans un premier temps, nous avons cherché à mesurer le débit d'air injecté en bas de la pompe. N'ayant que la mesure de la pression en sortie du compresseur (pouvant varier à l'aide d'une vis de réglage), nous avons premièrement pensé à réaliser un capteur de type rotamètre et l'étalonner mais le capteur réalisé ne pouvait pas fonctionner tel quel; nous avons donc simplement fait un étalonnage de la vitesse de sortie de l'air au bout du tube d'injection en fonction de la pression en sortie du compresseur. C'est ce qui est exposé dans la première sous-partie. Les sous-parties suivantes montrent la construction de la pompe et les expériences réalisées pour vérifier expérimentalement les attendus théoriques, puis la construction d'un second dispositif destiné aux expériences avec des particules solides.

2.2.1 Mesure du débit d'air

a) Conception du capteur de débit d'air type rotamètre

Principe

Il s'agit d'insérer une seringue contenant une bille en polystyrène de masse volumique $\rho = 18 \text{ kg.m}^{-3}$ et de diamètre $d = 1.5 \text{ cm}$, soutenue à la verticale par une potence entre l'injection d'air du compresseur et le point d'injection d'air de la pompe. Plus la vitesse de l'air est importante, plus la bille monte. Le débitmètre devait être étalonné à l'aide d'un anémomètre à fil chaud : chaque hauteur mesurée pour la bille correspond à une vitesse donnée, ce qui permettrait avec beaucoup de mesures d'obtenir une courbe d'étalonnage donnant la vitesse en fonction de la hauteur de la bille.

Schéma

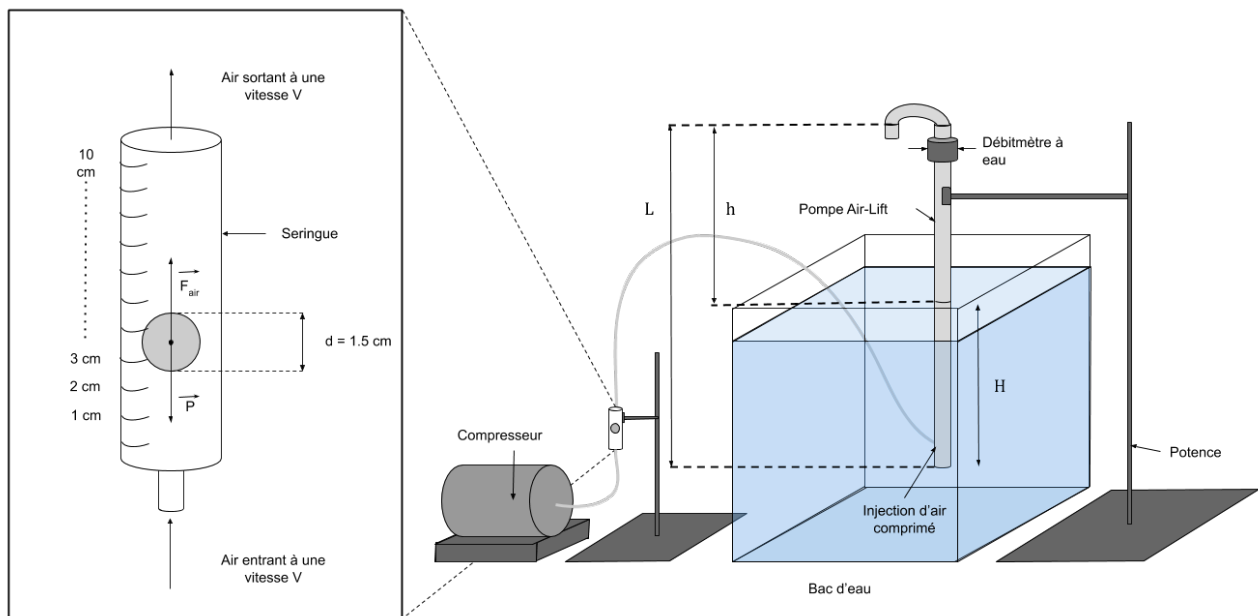


FIGURE 2.7 – Schéma complet du dispositif expérimental avec le capteur type rotamètre

Quantification

Pour que la bille s'élève dans un écoulement d'air à la vitesse $V = 10 \text{ m.s}^{-1}$, la force de traînée doit dépasser son poids. Le nombre de Reynolds de la bille vaut $Re = \rho_a V d / \eta \approx 10\,000$ (avec $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$) : la traînée n'est pas celle de Stokes, valable pour $Re < 1$, mais une traînée quadratique $F = \frac{1}{2} C_D \rho_a \frac{\pi d^2}{4} V^2$ avec $C_D \approx 0,44$ [16], soit $F \approx 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. Il faut donc que la masse de la bille soit $m < 0,48 \text{ g}$ ou encore $\rho < 270 \text{ kg.m}^{-3}$. Une bille en polystyrène de masse volumique $\rho = 18 \text{ kg.m}^{-3}$ (32 mg) décolle dès que l'air atteint environ $2,6 \text{ m.s}^{-1}$.

Résultats

En prenant cette bille en polystyrène de diamètre très légèrement inférieur au diamètre de la section de la seringue, nous nous sommes aperçus qu'en injectant de l'air, la bille montait, ce qui était un bon point. Cependant celle-ci oscillait autour de sa position sur une distance caractéristique d'à peu près 1 cm, ce qui était trop imprécis. Cette oscillation s'explique : dans un rotamètre, le tube est conique, si bien que plus le flotteur monte, plus l'espace autour de lui s'élargit et plus l'air y passe lentement ; le flotteur trouve alors une hauteur d'équilibre stable qui dépend du débit. Dans une seringue cylindrique, l'espace autour de la bille est le même à toutes les hauteurs : la bille n'a pas de position d'équilibre. Un autre inconvénient aurait été de prendre en compte la perte de charge singulière apportée par ce capteur dans le tube d'injection.

C'est pourquoi nous avons décidé d'opter pour un moyen plus simple de mesurer la vitesse de l'air en sortie du tube d'injection.

b) Étalonnage de la vitesse d'injection d'air en fonction de la pression en sortie du compresseur

Principe

Au vu des contraintes de conception du capteur, on décide de déterminer une relation empirique entre la pression de l'air en sortie du compresseur et la vitesse de l'air en sortie du tube d'injection. La vis de réglage permet au gaz d'être à pression constante en sortie du compresseur. Le manomètre situé juste au dessus de la vis nous donne la valeur de cette pression. On mesure ensuite la vitesse de l'air à la sortie du tube en plastique rigide. L'appareil de mesure utilisé est un anémomètre à fil chaud Voltcraft PL-135HAN pouvant mesurer des vitesses ne dépassant pas les 25 m.s^{-1} , avec une précision de $\pm(5\% + 1 \text{ digit})$ [17]. Pour obtenir notre courbe d'étalonnage, on injecte l'air à une pression inférieure à 2 bar pour correspondre aux conditions expérimentales. La précision du manomètre étant de l'ordre de 0.1 bar, on réalise 10 mesures avec une incertitude de 0.05 bar sur la pression.

Dispositif

À l'aide de deux potences, on fixe l'anémomètre à fil chaud sur l'une et la sortie du tube d'injection sur l'autre. On fait ensuite varier la pression de l'air en sortie du compresseur avec la vis de réglage et on se stabilise à pression constante. Avant de noter la mesure de la vitesse, on attend quelques secondes pour que la mesure de l'anémomètre soit la plus correcte possible. Le point de sortie de l'air est à la même hauteur que le point de sortie d'air au niveau du compresseur. Voici le dispositif de mesure :



FIGURE 2.8 – Photo du dispositif de mesure (à gauche l'anémomètre à fil chaud et à droite la sortie du tube d'injection)

Résultats

On obtient la courbe suivante, que l'on a approchée avec un polynôme d'ordre 3 pour avoir un coefficient de corrélation r tel que $r^2 = 0,994$ (mesures en Annexe 6) :

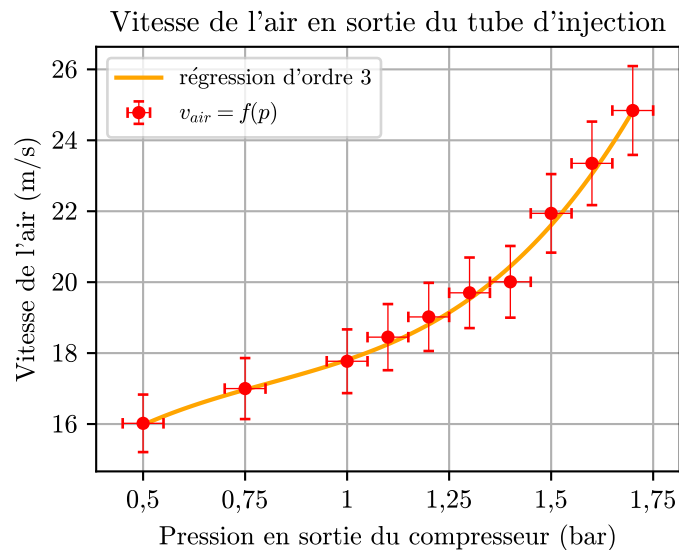


FIGURE 2.9 – Courbe d'étalonnage obtenue à partir d'une régression polynomiale d'ordre 3 de la vitesse d'injection d'air en fonction de la pression en sortie du compresseur

On obtient finalement la relation empirique associée à notre étude :

$$v_{air} = 11 + 16,5.p - 16,5.p^2 + 6,81.p^3 \quad (2.13)$$

où v_{air} est la vitesse de l'air en sortie du tube (en m.s^{-1}) et p la pression de l'air en sortie du compresseur (en bar). Cette relation n'est valable que sur la plage mesurée, de 0,5 à 1,7 bar.

Diamètre du tube d'injection

Pour passer de la vitesse au débit d'air, $Q_{g,a} = v_{air} \pi d^2 / 4$, il faut le diamètre intérieur d du tube d'injection, que nous n'avons pas mesuré directement. Nous l'avons estimé sur la photo du dispositif (Fig 2.8) en prenant pour échelle la tige de la potence qui tient le tube, d'un diamètre courant de 12 mm : l'extrémité du tube mesure environ 9 mm de diamètre extérieur et 7 mm de diamètre intérieur. Comme le tube est un peu plus proche de

l'objectif que la tige, ces valeurs sont légèrement surestimées. Nous retenons $d = 6 \pm 1$ mm, ce qui correspond à un tube pneumatique courant de 8 mm de diamètre extérieur. Cette incertitude porte sur tous les débits d'air à la fois : ils sont connus à environ un tiers près.

Discussion

Dans le cadre de l'expérimentation, la pression en sortie du tube d'injection ne sera pas égale à la pression atmosphérique, mais à celle de l'eau du bac au niveau de l'injection, soit environ $p_a + \rho_l g L_3 \approx 1,06$ bar pour $L_3 \approx 0,5$ m. Sachant que la pression en sortie du compresseur varie entre 0,5 et 2 bar au dessus de la pression atmosphérique, cette contre-pression réduit le débit d'air de 1,5 à 5% environ. La vitesse de l'air en sortie sera donc légèrement surestimée.

La mesure du débit d'air étant désormais connue, nous avons pu commencer à construire le premier dispositif expérimental (pompe et cuve) et débiter les expériences.

2.2.2 Construction de la pompe

Pour des raisons financières, pratiques et scolaires, nous avons décidé de construire la pompe à partir d'un tube PVC de 1 m de long et de 30 mm de diamètre intérieur, terminé par un coude. Les expériences ont d'abord été conduites dans une cuve en plexiglas de 95 cm de hauteur.

Injection d'air

D'après l'étude théorique et les expériences de Fujimoto et al. [2], il est préférable de placer le point d'injection d'air le plus bas possible; avec quatre trous, le diamètre des trous influe peu dès 3 mm. Les sites d'aquaculture, familiers avec l'utilisation de ce type de pompe, de dimensions plus proches de notre système, préconisent le perçage de trous plus fins et plus nombreux de façon à mieux répartir l'injection d'air. Nous avons donc décidé de percer 6 rangées de 3 trous de 4 mm de diamètre dans une "chambre de compression" et de positionner l'injection d'air à 10 cm du bas de la pompe ($L_2 = 0,10$ m). Pour ce qui est de la perte de charge singulière à l'entrée de la pompe, on prend $\xi_e \approx 0,5$.

Mesure du débit d'eau

La mesure du débit d'eau se fait avec un débitmètre FS300A contrôlé par un programme Arduino. Ce débitmètre est constitué d'un rotor et d'un capteur à effet Hall qui compte les tours du rotor, d'où l'on déduit le débit d'eau. Le programme Arduino convertit la fréquence des impulsions en débit avec une constante de 4,5 impulsions par seconde pour 1 L/min, reprise d'un tutoriel; les fiches commerciales du FS300A indiquent des valeurs comprises entre 5 et 6,5. Le débitmètre n'ayant pas été étalonné, les débits d'eau mesurés peuvent être surestimés de 10 à 30%. Le programme calcule le débit toutes les 100 ms et n'en transmet que la partie entière, ce qui le sous-estime d'environ 0,4 L/min.

Son diamètre intérieur est 20 mm : le débitmètre forme un rétrécissement brusque suivi d'un élargissement brusque. Avec un rapport de sections $\sigma = (20/30)^2 = 0,44$, les coefficients de perte de charge de ces deux singularités, rapportés à la vitesse dans la pompe, donnent $\xi_s = [0,5(1 - \sigma) + (1 - \sigma)^2] / \sigma^2 \approx 3$ [14]. Le rotor ajoute une perte que la fiche technique ne donne pas. Le centre du débitmètre est monté à 24 cm du haut du coude, soit à 0,66 m au dessus de l'injection; le sommet du coude, où l'eau sort, est à $L_1 = 0,885$ m au dessus de l'injection.

Récapitulatif

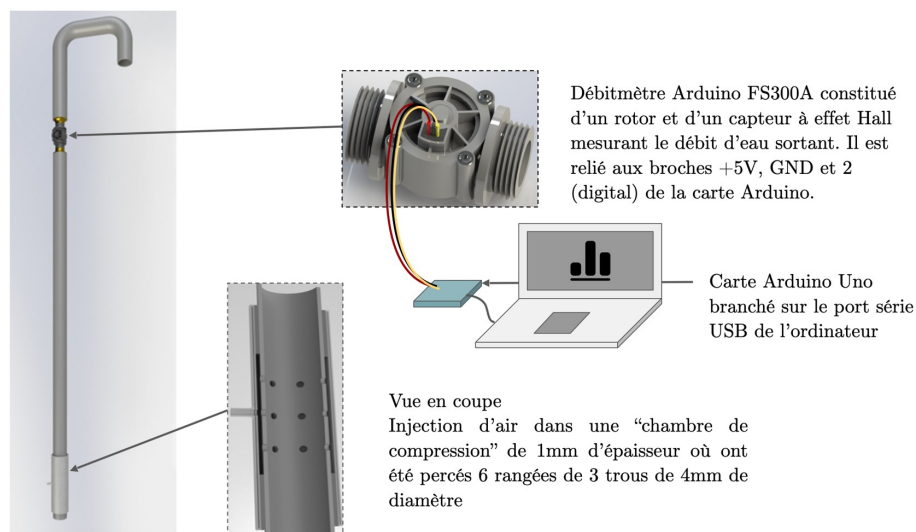


FIGURE 2.11 – Récapitulatif des constituants de la pompe

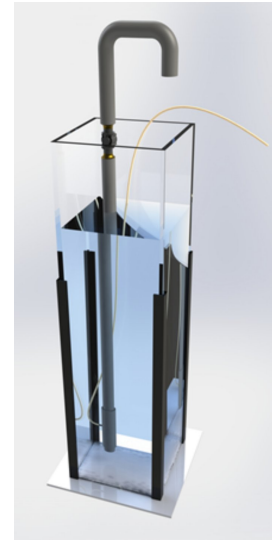


FIGURE 2.10 – Modèle 3D Solidworks du dispositif

2.2.3 Expériences préliminaires

a) Première expérience

Matériel

- Compresseur
- Tube d'injection d'air comprimé
- Débitmètre Arduino FS300A à rotor et capteur à effet Hall
- Carte Arduino UNO et fils électriques
- Pompe Air-lift
- Bac d'eau
- Potence, pince
- Manomètre

Montage

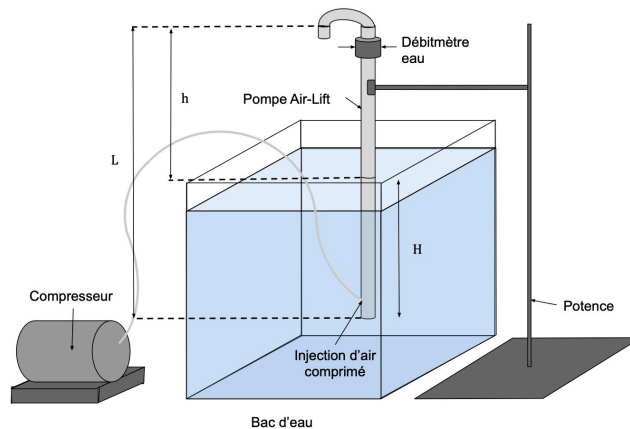


FIGURE 2.12 – Schéma du montage de pompage par Air-Lift

Objectifs

L'objectif de cette expérience est premièrement de vérifier si la pompe réalisée est un bon dispositif expérimental et si les résultats expérimentaux collent avec les résultats théoriques. Pour cela, nous réalisons une série de mesures de débit d'eau sortant en fonction du débit d'air injecté, la profondeur d'injection étant fixée à $L_3 = 0,528$ m, soit un rapport d'immersion $\gamma = L_3/L_1 = 0,60$.

Protocole

La cuve est placée dans l'évier et la pompe est attachée à la potence. Le débitmètre est relié à la carte Arduino sur les broches +5V, GND et 2 (digital). Le programme Arduino lit les informations du débitmètre et les envoie sur le port série (voir code Annexe 2). Le compresseur est relié à la pompe via un tube en plastique rigide pour éviter le plus possible les pertes de pression au sein du tube causées par l'élasticité du tube.

Le but est d'effectuer plusieurs mesures du débit d'eau sortant pour des débits d'air injecté différents :

- Pour faire varier le débit d'air injecté, on fait varier la pression de l'air en sortie du compresseur à l'aide de la vis de réglage. La courbe d'étalonnage de la vitesse de l'air en fonction de la pression nous permet d'accéder au débit (le diamètre du tube étant connu).
- La mesure du débit d'eau se fait quant à elle à l'aide d'un programme codé sur python qui récupère les données envoyées sur le port USB par le débitmètre.

La fonction *mesure()* du programme prend en argument le nom du fichier texte *nom_fichier* sur lequel écrire les données, la durée d'acquisition $T=15$ s, le nombre de mesures *nb* du débit d'eau à effectuer et la pression P de l'air en sortie du compresseur. Elle calcule le débit moyen sur la durée d'acquisition et écrit dans le fichier texte *nom_fichier*, sur une même ligne, la vitesse de l'air à gauche et le débit d'eau moyen à droite. On effectue alors plusieurs mesures pour différentes pressions de l'air. Le programme est fourni en annexe (Annexe 1).

Résultats

Deux séries de mesures ont été réalisées (Annexe 6). On a tracé la courbe de $Q_l(Q_g)$ avec les courbes théoriques de la pompe n°1, avec et sans la perte de charge du débitmètre :

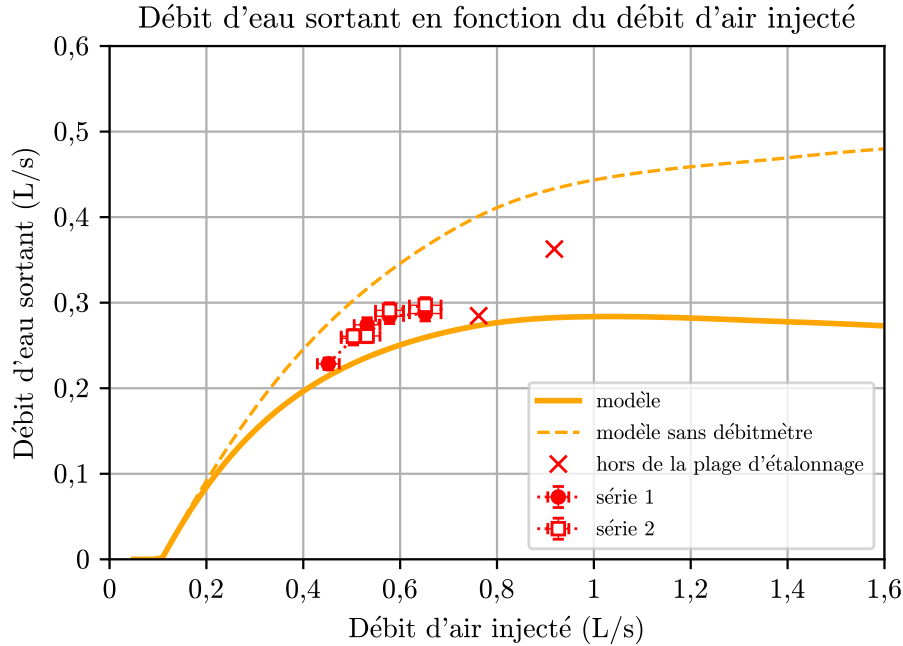


FIGURE 2.13 – Courbes expérimentales et théoriques du débit d'eau sortant en fonction du débit d'air injecté ($\gamma = 0,60$)

L'incertitude liée à la mesure du débit d'air est de 5% de la mesure (anémomètre), à laquelle s'ajoute l'incertitude d'environ un tiers sur le diamètre du tube d'injection, commune à tous les points. Celle de la mesure du débit d'eau est d'environ 3% d'une mesure à l'autre, à laquelle s'ajoute la surestimation possible de 10 à 30% due à la constante du débitmètre.

La courbe expérimentale est cohérente avec les attendus théoriques : quand le débit d'air passe de 0,45 à 0,65 L/s, le débit d'eau mesuré passe de 0,229 à 0,287 L/s, et le modèle avec débitmètre prévoit de 0,214 à 0,259 L/s. Les mesures sont en moyenne 1,12 fois plus grandes que le modèle, ce qui correspondrait à une constante du débitmètre de 5 au lieu de 4,5. La forme de la courbe expérimentale est d'ailleurs la mieux reproduite pour un diamètre du tube d'injection compris entre 5 et 7 mm, ce qui confirme notre estimation. Les mesures se placent entre les courbes avec et sans débitmètre : la perte de charge du débitmètre est loin d'être négligeable.

En revanche, le modèle situe le maximum du débit d'eau vers 1,0 L/s d'air, au-delà de la plage mesurée, alors que les mesures semblent atteindre un palier plus tôt. Cette différence peut venir du débitmètre lui-même : placé au dessus de l'injection, il est traversé par des bouchons d'eau et des poches d'air, et sa lecture n'est plus exactement le débit d'eau. Lorsque la pompe est en fonctionnement, l'écoulement est turbulent et l'eau sort de la pompe sous forme de "gerbe" périodique ; lorsqu'on augmente le débit d'air, on s'aperçoit que la période de cette "gerbe" diminue : c'est l'écoulement à poches décrit par le modèle de dérive.

Pour ce qui est du rendement, on a tracé les courbes $\eta(Q_g)$:

Le rendement mesuré varie de 31 à 36%, contre 28 à 33% d'après le modèle sur la même plage de débits d'air ; l'écart est du même ordre que la surestimation probable du débit d'eau. Comme le montre la Fig 2.4, ce rendement est limité d'abord par le glissement de l'air, puis par la perte de charge du débitmètre.

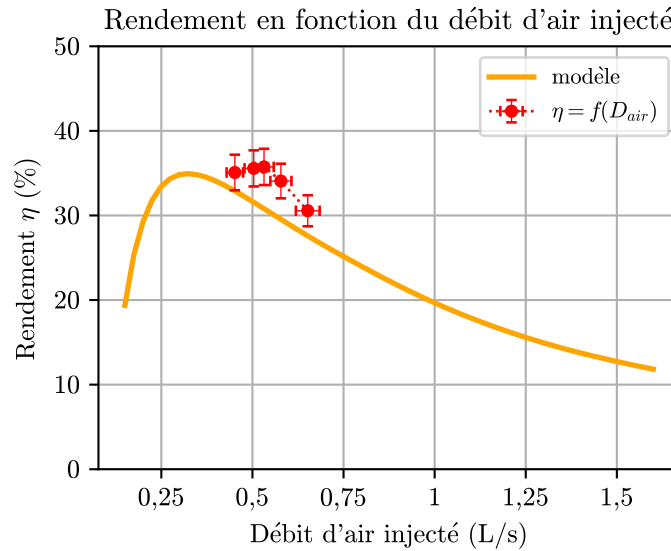


FIGURE 2.14 – Courbes expérimentale et théorique du rendement η en fonction du débit d'air injecté

b) Seconde expérience

Matériel

- Compresseur
- Tube d'injection d'air comprimé
- Débitmètre Arduino FS300A à rotor et capteur à effet Hall
- Carte Arduino UNO et fils électriques
- Pompe Air-lift
- Bac d'eau
- Potence, pince
- Règle graduée
- Manomètre

Montage

Le montage est le même que pour la première expérience (Fig 2.12).

Objectifs

L'objectif de cette expérience est toujours de vérifier si les résultats expérimentaux sont en accord avec les résultats théoriques. Pour cela, nous réalisons une série de mesures de débit d'eau sortant pour plusieurs rapports d'immersion γ , à débit d'air fixé (pression de 1,6 bar, soit 0,65 L/s).

Protocole

On garde le même dispositif expérimental que pour la première expérience. L'écoulement est diphasique. Pour faire varier le rapport d'immersion, on remonte la pompe pour chaque mesure et on prend pour chaque valeur de débit une mesure de h , la distance entre le haut de la cuve et la surface de l'eau, et de δ , la distance entre le haut de la cuve et le centre du débitmètre (car la cuve fuyant légèrement, h n'est pas fixe). δ est une distance algébrique puisque le débitmètre peut se retrouver au dessus de la cuve. Le centre du débitmètre étant à 0,66 m au dessus de l'injection, on a :

$$L_3 = 0,66 + \delta - h \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{L_3}{L_1} \quad \text{avec} \quad L_1 = 0,885 \text{ m} \quad (2.14)$$

Résultats

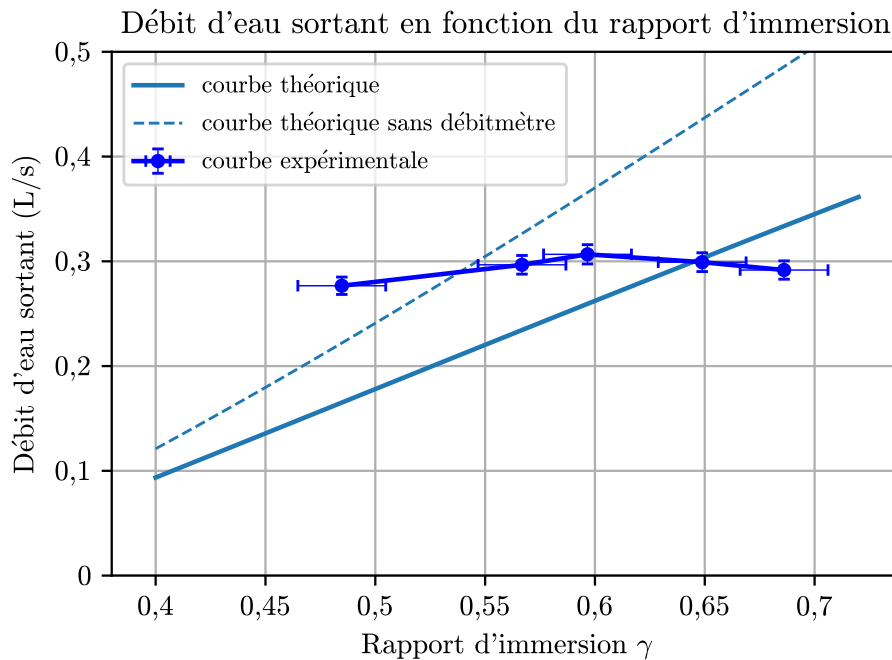


FIGURE 2.15 – Courbes expérimentale et théorique du débit d'eau sortant en fonction du rapport d'immersion à débit d'air fixé (0,65 L/s)

On peut tout de suite voir que les résultats expérimentaux (courbe **bleue**) ne sont pas cohérents avec les attendus théoriques : le débit d'eau mesuré reste presque constant, entre 0,277 et 0,307 L/s, quand γ passe de 0,48 à 0,69, alors que le modèle prévoit qu'il passe de 0,17 à 0,33 L/s. L'accord n'existe qu'aux plus fortes immersions.

Ce phénomène semble venir de la mesure faite par le débitmètre : plus la pompe est immergée, moins l'air injecté vient perturber l'écoulement au niveau du débitmètre (observations expérimentales). Le modèle le confirme : à débit d'air fixé, la fraction d'air au niveau du débitmètre passe de 0,49 à la plus forte immersion à 0,59 à la plus faible. On pense donc que pour les faibles rapports d'immersion, la mesure est faussée par un passage important de l'air dans le débitmètre venant faire tourner le rotor à une vitesse angulaire supérieure à celle attendue par l'eau uniquement.

c) Conclusion

Ces deux expériences nous ont permis de mieux comprendre le système air-lift, de nous familiariser avec le sujet, et de mesurer des débits du bon ordre de grandeur. Elles nous ont surtout fait comprendre que le dispositif expérimental réalisé n'était pas le plus adéquat : placé au dessus de l'injection, le débitmètre mesure un mélange d'eau et d'air et freine la pompe. Pour remédier à ce problème et après un rendez-vous avec M. Ravelet, professeur aux Arts&Métiers Paristech, nous avons donc opté pour un autre dispositif expérimental venant apporter des solutions à nos problèmes.

2.2.4 Nouveau dispositif expérimental

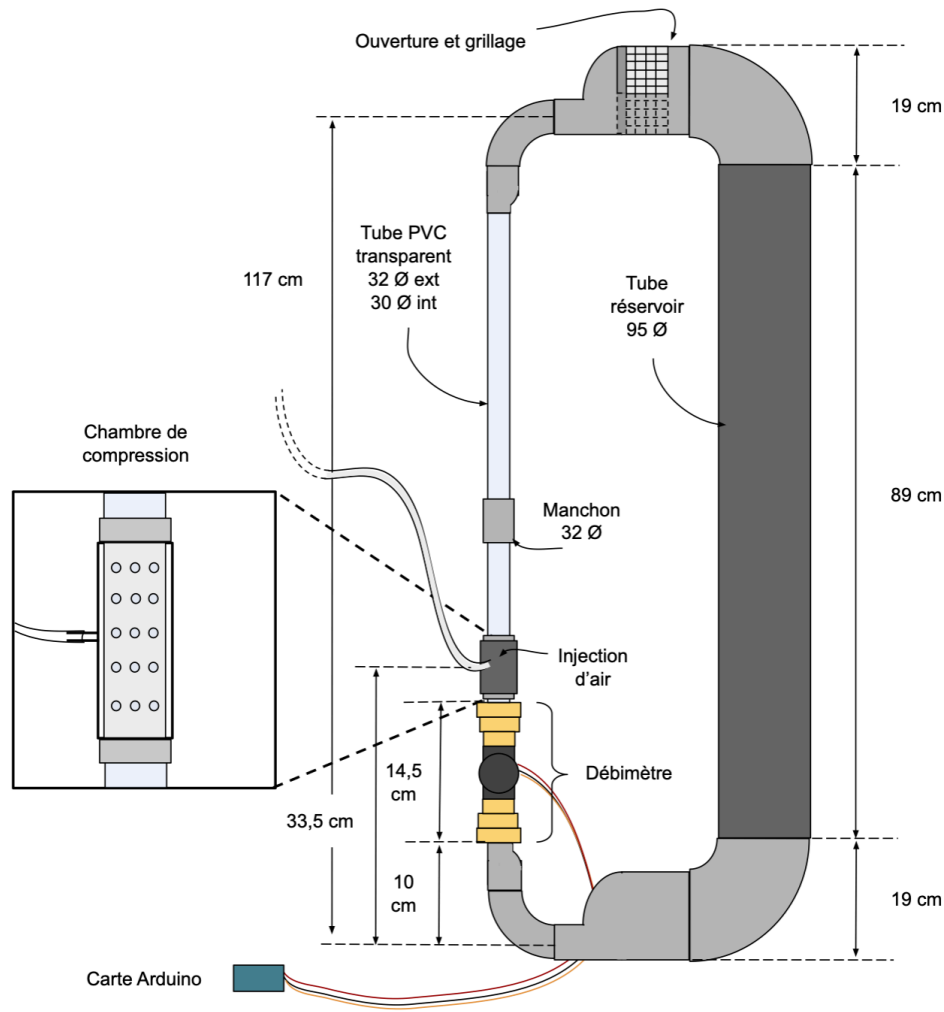


FIGURE 2.16 – Schéma de la nouvelle pompe avec mesure

À l'inverse du premier système, ce dispositif est monté en boucle pour plus de praticité (voir Annexe 4 pour plus de détails sur la construction). Le tube réservoir a une section assez grande devant celle du tube pour pouvoir considérer la vitesse de l'eau qu'il contient nulle. Le système réalisé est constitué :

- d'un tube réservoir de 95 mm de diamètre intérieur (95 Ø) ;
- d'un tube transparent de 30 Ø int pour filmer l'écoulement ;
- du débitmètre cette fois-ci positionné en dessous du point d'injection d'air, dans l'eau seule, pour obtenir une mesure plus précise du débit d'eau ;
- d'une ouverture et d'un grillage en haut de la pompe pour pouvoir insérer et récupérer les particules solides à remonter ;
- d'une chambre de compression avec des trous percés plus fins et plus nombreux pour mieux répartir l'injection d'air, à 33,5 cm du bas du tube.

Les avantages sont nombreux :

- Nous pouvons filmer l'écoulement ;
- Le débitmètre mesure le débit d'eau seule et ne freine plus la partie diphasique ;
- La pompe est plus adaptée à l'injection de billes grâce à l'ouverture en haut de la pompe ;
- Il n'y a plus de problème concernant la vidange de la cuve ni de fuites ;
- Le rapport d'immersion est plus facilement réglable.

Le seul défaut est lié à l'injection d'air qui se fait plus haut que précédemment et d'après les résultats théoriques, plus le point d'injection d'air est bas, plus le débit d'eau remonté sera grand.

2.2.5 Expériences avec le nouveau dispositif

a) Vérifications

Les premières expériences prévues avec la nouvelle pompe sont exactement les mêmes que les premières, pour vérifier le bon fonctionnement de notre dispositif.

NB : Durant la période de confinement, nous ne savions pas si les épreuves de TIPE allaient être annulées ou non, il fallait donc trouver un moyen de conduire les expériences chez soi. J'avais déjà construit le nouveau dispositif mais sans compresseur, j'étais dans l'incapacité de connaître la valeur du débit d'air injecté (bien que la pompe marche en soufflant simplement dans le tube d'injection d'air). J'ai donc élaboré un programme sur python permettant de lire instantanément la valeur de la pression indiquée sur le manomètre d'une pompe à vélo b-twin. Le programme est en annexe (Annexe 3) avec quelques explications supplémentaires. Ces vérifications n'ont finalement pas pu être menées.

Prévisions

Le modèle donne ce que ces vérifications devraient trouver (Fig 2.17). Pour la nouvelle pompe ($L_1 = 0,835$ m, $L_2 = 0,335$ m), avec $\gamma = 0,7$, l'eau commence à monter à partir de 0,06 L/s d'air ; la pompe débite environ 0,45 L/s d'eau pour 1 L/s d'air, et son rendement est maximal, d'environ 40%, pour 0,22 L/s d'air.

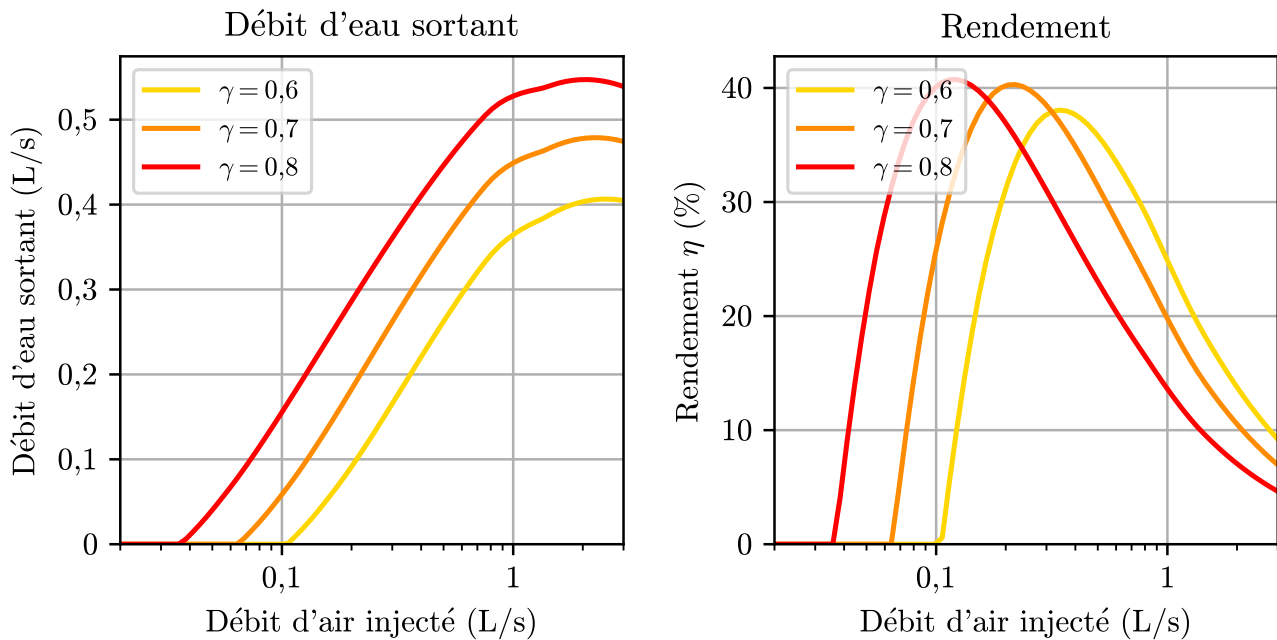


FIGURE 2.17 – Courbes théoriques du débit d'eau sortant et du rendement de la nouvelle pompe en fonction du débit d'air injecté

b) Troisième expérience

Matériel

- Compresseur
- Tube d'injection d'air comprimé
- Débitmètre Arduino FS300A à rotor et capteur à effet Hall
- Carte Arduino UNO et fils électriques
- Nouvelle pompe Air-lift
- Potence, pince
- Règle graduée
- Manomètre
- Billes en plastique

Montage

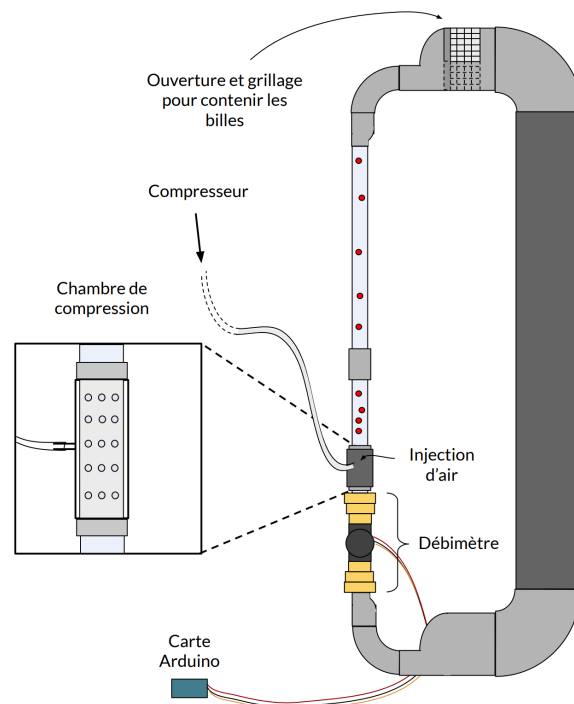


FIGURE 2.18 – Schéma du montage de pompe par Air-Lift avec des billes solides

Objectifs

L'écoulement est triphasique. Le but est de voir et quantifier comment le débit d'eau pompé varie en fonction du débit d'air injecté pour différentes quantités de particules solides, comparer la courbe obtenue dans le cas triphasique avec le cas diphasique et obtenir le débit d'air nécessaire pour remonter les particules.

Protocole

On dispose de billes en plastique de 0,11 g et de 5 mm de diamètre, soit une masse volumique de 1681 kg.m^{-3} . Dans trois situations différentes (10 billes, 50 billes et 100 billes), on prévoyait d'effectuer plusieurs mesures du débit d'eau moyen sur une durée de 15 secondes en régime permanent pour différents débits d'air injecté, et de tracer la courbe de $Q_l(Q_g)$ dans les trois cas.

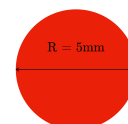


FIGURE 2.19 – Schéma d'une des billes remontées

Prévisions

Cette expérience n'a pas pu être réalisée. Le modèle permet néanmoins de prévoir ses résultats.

D'après (2.11), les billes tombent dans l'eau à 0,32 m/s, et à 0,30 m/s dans le tube de 30 mm. D'après (2.12), elles ne montent donc que si le débit d'eau dépasse $u_t A = 0,21$ L/s, ce qui est à peu près le débit mesuré lors de la première expérience : ces billes sont à la limite de ce que notre pompe peut remonter. Pour la nouvelle pompe avec $\gamma = 0,7$, il faut au moins 0,23 L/s d'air pour que les billes montent (zone grisée de la Fig 2.20).

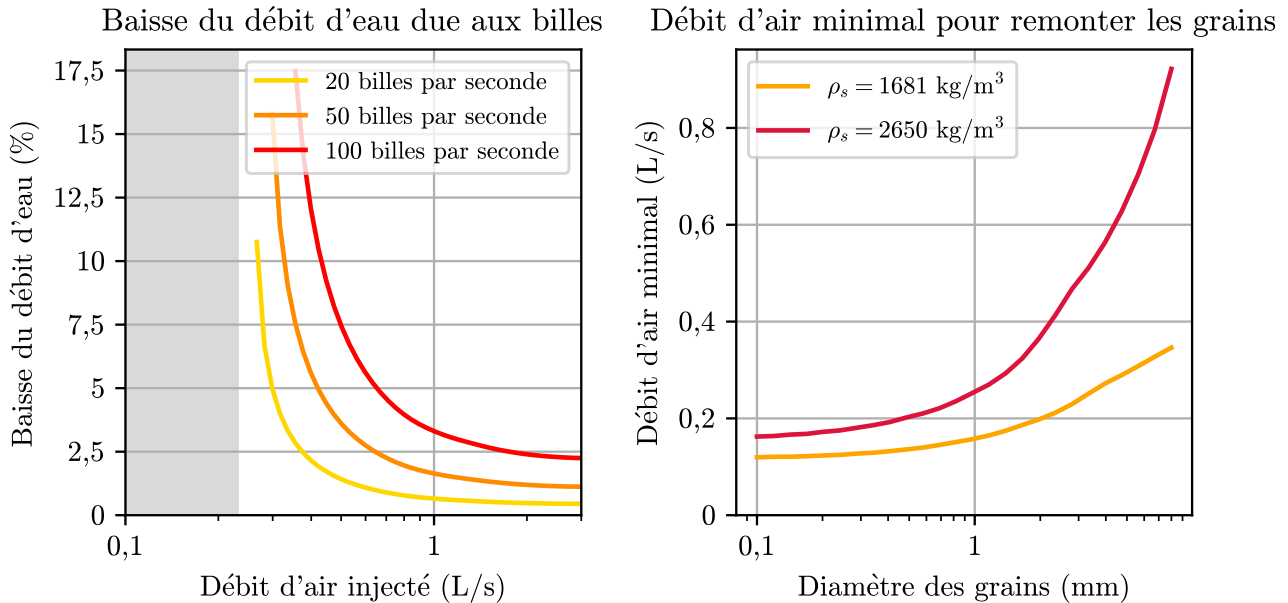


FIGURE 2.20 – Courbes théoriques pour la nouvelle pompe ($\gamma = 0,7$) : baisse du débit d'eau due à une alimentation continue en billes (à gauche) et débit d'air minimal pour remonter un même débit de particules, 50 billes de 5 mm par seconde, en fonction de leur diamètre (à droite)

Au-delà de ce seuil, l'effet des billes sur le débit d'eau est faible : même 100 billes par seconde (11 g/s) ne le font baisser que d'environ 3% pour 1 L/s d'air, et le seuil de débit d'air monte à 0,34 L/s. Le protocole prévu n'aurait donc pas permis de mesurer l'effet des billes :

- 100 billes représentent 6,5 mL, contre environ 0,8 L d'eau dans le tube : la baisse du débit d'eau serait de quelques pour cent, moins que l'incertitude du débitmètre ;
- introduites d'un coup, les billes traversent le tube en quelques secondes : il n'y a pas de régime permanent pendant les 15 secondes de mesure ;
- le débitmètre étant sous l'injection, les billes passeraient dans son rotor.

Nous proposons donc de modifier le protocole :

1. étalonner le débitmètre en remplissant un récipient de 10 L à débit constant et en comptant les impulsions ;
2. mesurer le seuil de transport : quelques billes posées au fond du tube, augmenter le débit d'air par paliers et noter celui à partir duquel elles montent (prévision : 0,23 L/s) ;
3. alimenter les billes en continu par l'ouverture du haut, à un débit connu, et peser les billes récupérées sur le grillage pendant une durée donnée ;
4. mesurer alors le débit d'eau en recueillant l'eau dans un récipient gradué pendant une durée chronométrée, pour ne pas faire passer les billes dans le débitmètre.

Le seuil de transport est la mesure la plus directe : il ne dépend ni de la constante du débitmètre ni d'une moyenne.

c) Quatrième expérience

Matériel

Le même que pour la troisième expérience, avec du sable.

Montage

Le même que pour la troisième expérience (Fig 2.18).

Objectifs

L'écoulement est toujours triphasique. Le but est de déterminer s'il est préférable de remonter des fragments de solides ou plutôt une "pulpe" de grains fins.

Protocole

On garde le même dispositif. On se place dans les conditions optimales (débit d'air trouvé précédemment et rapport d'immersion proche de 0,8). On effectue deux relevés, au même débit volumique de solides :

- un premier en utilisant les billes de plastique ;
- le second en mettant du sable dans la pompe.

Prévisions

Cette expérience n'a pas pu être réalisée non plus. Un grain de sable de 0,3 mm tombe dans l'eau à 4,3 cm/s seulement : il suit l'eau. La Fig 2.20 (à droite) montre que, pour un même débit de solides, le débit d'air nécessaire augmente avec la taille et la masse volumique des grains, car leur vitesse de chute impose une vitesse d'eau minimale. Pour les grains très fins, il ne diminue plus : il est alors fixé par le poids de la suspension. Une pulpe de grains fins se remonte donc plus facilement que des fragments, ce qu'ont observé Fujimoto et al. [2]. Il faudrait cependant comparer cette économie à l'énergie nécessaire pour broyer les nodules, et une pulpe très concentrée devient visqueuse [18], ce qui augmente le frottement.

Chapitre 3

Transposition à la remontée de nodules

Au vu des dimensions de notre montage, il est bien évidemment impossible de transposer directement les résultats obtenus à une conduite de plusieurs kilomètres. Le modèle, lui, peut l'être, à condition de tenir compte de ce qui change d'échelle. Ce chapitre en donne des ordres de grandeur ; il ne s'agit pas d'un dimensionnement.

3.1 Ce qui change à grande échelle

La détente de l'air

À 2000 m de profondeur, la pression vaut environ 200 bar : l'air injecté à cette profondeur occupe deux cents fois plus de volume en arrivant à la surface. La fraction d'air, presque uniforme dans notre pompe, varie donc énormément le long de la conduite, d'où l'intérêt d'intégrer le bilan pas à pas plutôt que d'utiliser une fraction moyenne [5].

Le diamètre

Dans une conduite de 30 cm, les grosses poches d'air de l'écoulement à poches ne sont plus stables ; Giot [3] observe plutôt de grosses bulles fortement agitées. La vitesse de dérive est alors donnée par la corrélation de Kataoka et Ishii [19], de l'ordre de 0,2 à 0,4 m/s.

L'injection à mi-profondeur

Injecter l'air au fond, à 4500 m, demanderait un compresseur de plus de 450 bar. On l'injecte donc à une profondeur intermédiaire L_3 : sous l'injection, la conduite contient de l'eau et des nodules aspirés par la colonne allégée au dessus [3, 20].

Les nodules

Les nodules sont de petits cailloux dont le diamètre dépasse rarement 10 cm [3] ; nous prenons un diamètre de 4 cm. Leur masse volumique dépend de leur porosité et de leur teneur en eau ; nous prenons 2000 kg.m^{-3} comme ordre de grandeur. D'après (2.11), leur vitesse de chute dans l'eau de mer va de 0,8 m/s pour 2 cm à 1,5 m/s pour 8 cm.

3.2 Scénario

Profondeur du fond	4500 m
Conduite	diamètre constant 0,30 m, sortie 10 m au dessus de la mer
Eau de mer	1025 kg.m^{-3} , détente isotherme à 10°C
Nodules	4 cm, 2000 kg.m^{-3} , vitesse de chute 1,0 m/s dans la conduite
Production	100 t/h de nodules ($J_s = 0,20 \text{ m/s}$)
Vitesse de l'eau	$J_l = 3 \text{ m/s}$, environ trois fois la vitesse de chute
Injection d'air	de 1500 à 3500 m de profondeur

Une production de 100 t/h correspond à près d'un million de tonnes par an, l'ordre de grandeur des débits envisagés pour l'exploitation des nodules [3]. Pour chaque profondeur d'injection, on cherche le plus petit débit d'air qui fait monter l'eau à 3 m/s avec ce débit de nodules.

3.3 Résultats

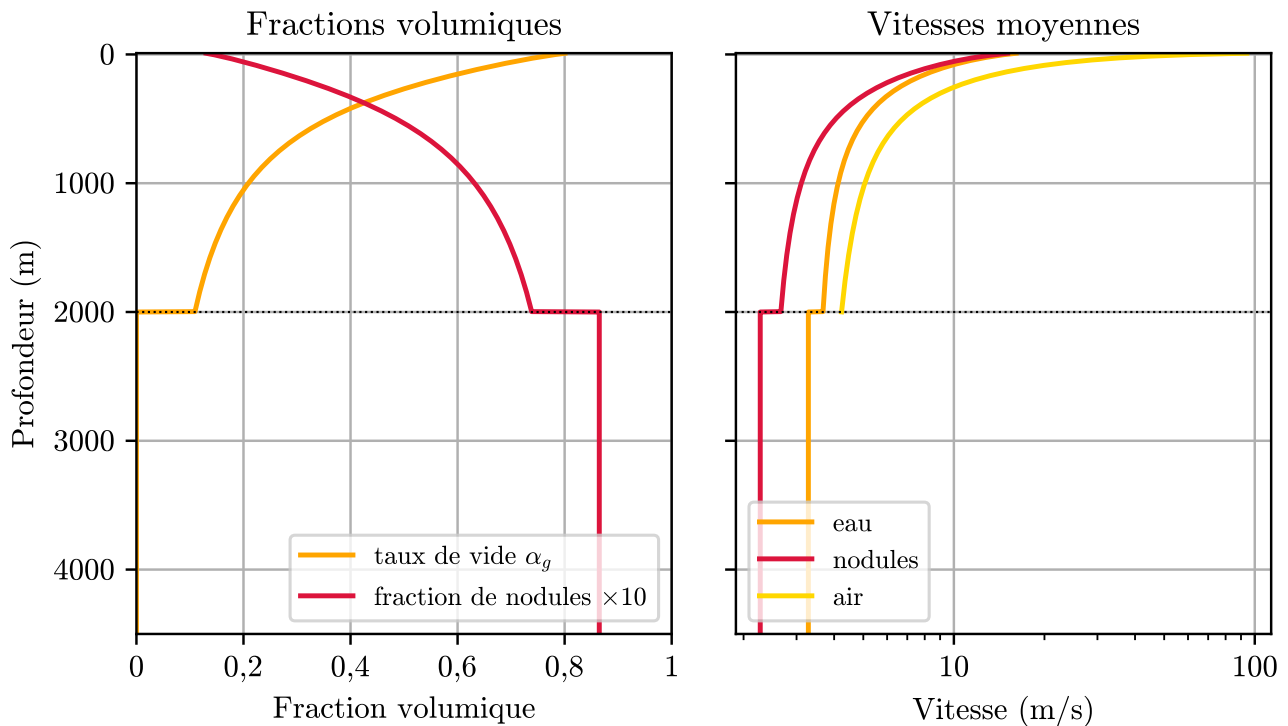


FIGURE 3.1 – Fractions volumiques (à gauche) et vitesses moyennes (à droite) le long de la conduite pour une injection à 2000 m

Profils

Sous l'injection, l'eau monte à 3,3 m/s et les nodules à 2,3 m/s ; ils occupent 8,6% du volume. Au dessus de l'injection, la fraction d'air augmente lentement tant que la pression est forte, puis très vite dans les dernières centaines de mètres. Au sommet, elle atteint 0,80 : l'air y circule à 94 m/s et l'eau à 16 m/s. Dans les 21 derniers mètres, la fraction d'air dépasse 0,75 et le modèle de dérive sort de son domaine de validité. C'est pourquoi les conduites réelles s'élargissent vers la surface : sans cela, les nodules sortiraient "comme des projectiles" [3]. Un nodule met environ 28 minutes à remonter.

Profondeur d'injection

Plus l'air est injecté profond, plus la colonne allégée est longue et moins il faut d'air : le débit passe de 7,2 à 4,6 m³/s (à la pression atmosphérique) quand l'injection descend de 1500 à 3500 m. La puissance de compression isotherme diminue de 3,6 à 2,7 MW et le rendement pour les nodules [3] augmente de 17 à 22%. Mais la pression d'injection passe de 121 à 343 bar : le gain se paie en compresseurs à très haute pression. Avec une injection à 1000 m, le modèle ne trouve pas de solution dans une conduite de diamètre constant : le frottement dans la partie haute, où l'air s'est détendu, l'emporte.

Limites

Ces chiffres sont des ordres de grandeur. Le modèle suppose une conduite de diamètre constant, verticale et immobile, des nodules sphériques de taille unique et une suspension peu concentrée ; ses lois de fermeture sont utilisées bien au-delà de leur domaine de validation, surtout près de la surface. Il montre néanmoins les mécanismes qui gouvernent une installation réelle : la détente de l'air, la vitesse minimale imposée par la chute des nodules et le compromis sur la profondeur d'injection.

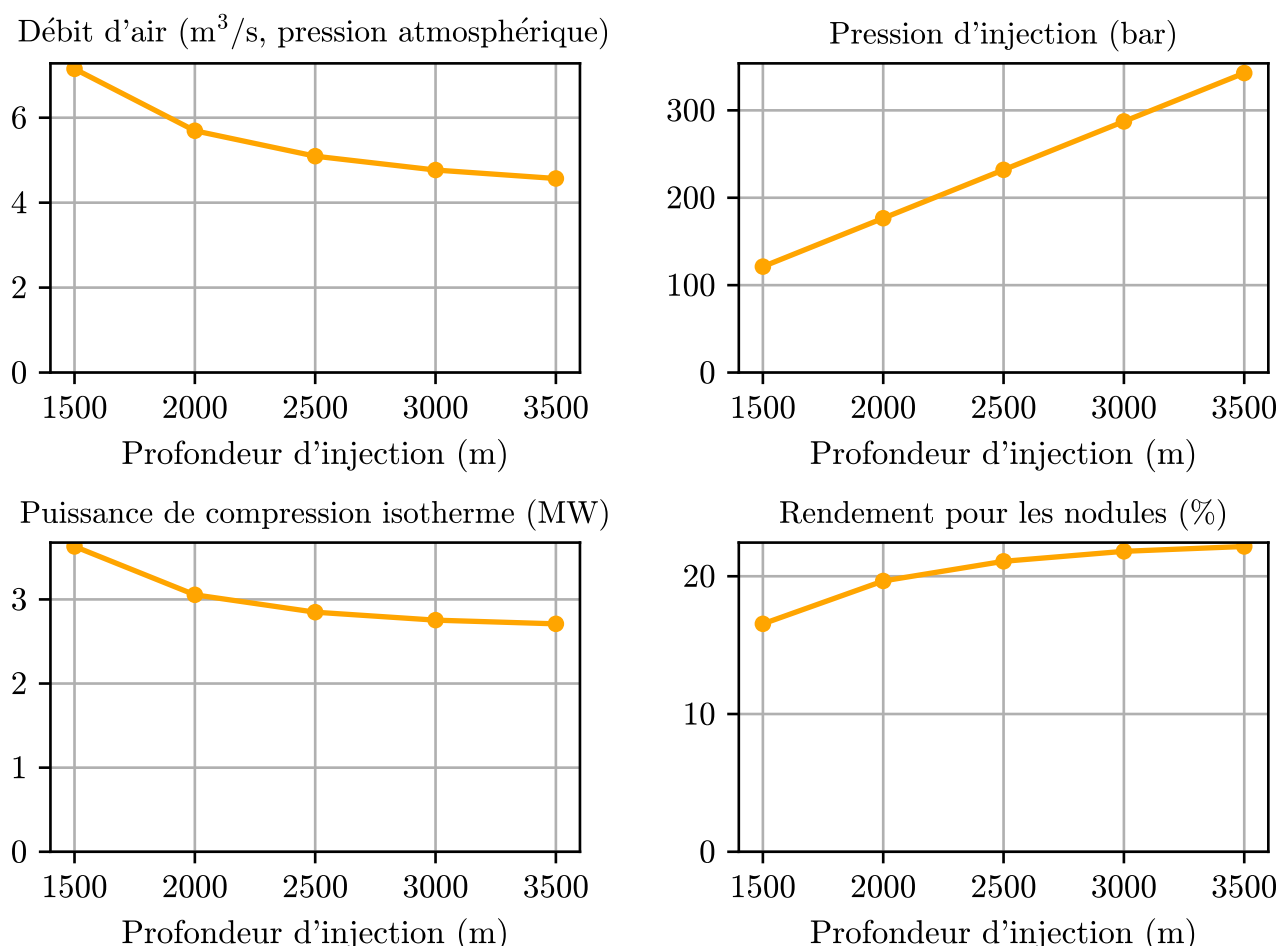


FIGURE 3.2 – Influence de la profondeur d'injection, pour 100 t/h de nodules de 4 cm dans une conduite de 0,30 m

Conclusion

Le travail effectué a été avant tout une expérience formatrice tant dans l'initiative personnelle que dans l'apprentissage. Je pense que l'essentiel est que nous ayons eu ce sentiment de conduire des expériences pour démontrer quelque chose. Le fait que la remontée de nodules polymétalliques soit un sujet de recherche actuel vient d'autant plus renforcer ce sentiment.

Pour répondre à la problématique, la modélisation montre qu'il faut placer le point d'injection le plus bas possible, travailler avec un rapport d'immersion proche de 0,8 et un débit d'air nettement supérieur au débit minimal mais bien inférieur à celui qui donne le débit d'eau maximal. La cause principale du faible rendement est le glissement de l'air dans l'eau, qui le limite à environ 83% même sans frottement ; pour notre pompe, il ne dépasse pas 47%. Pour les solides, une particule ne monte que si l'eau va plus vite que sa vitesse de chute : une pulpe de grains fins demande moins d'air que des fragments, à condition que le broyage ne consomme pas l'énergie ainsi économisée.

Au vu des dimensions de notre montage, il est impossible de transposer directement nos mesures à une installation de plusieurs kilomètres, mais le modèle en donne les ordres de grandeur et montre le rôle de la détente de l'air. Nos mesures, de l'ordre de grandeur attendu, ne permettent pas de valider le modèle plus précisément : les expériences avec la seconde pompe et avec des particules solides restent à mener, avec le protocole proposé. Ceci conclut ce travail qui fut très enrichissant d'un point de vue personnel et qui, j'espère, servira à d'autres élèves de CPGE.

Annexes

Annexe 1

Voici le code python pour effectuer une mesure du débit d'eau envoyée par le débitmètre sur le port série usb et l'écrire sur un fichier texte :

```
1  import time
2
3  import serial
4
5  PORT = "/dev/cu.usbmodem14201"
6
7
8  def courbe_etalonnage(P):
9      return 11 + 16.5 * P - 16.5 * P**2 + 6.81 * P**3
10
11
12  def moyenne(liste):
13      return sum(liste) / len(liste)
14
15
16  def mesure(nom_fichier, T, nb, P):
17      ser = serial.Serial(PORT, 9600)
18      L = []
19      t = dt = time.time()
20      while time.time() - t < T:
21          if time.time() - dt >= T / (nb + 1):
22              L.append(int(ser.readline().decode().strip()))
23              dt = time.time()
24      ser.close()
25      with open(nom_fichier, "a") as fichier:
26          fichier.write(str(courbe_etalonnage(P)) + " " + str(moyenne(L)) + "\n")
27
28
29  def lecture(nom_fichier):
30      l_v, l_d = [], []
31      with open(nom_fichier) as fichier:
32          for ligne in fichier:
33              if ligne.strip():
34                  v, d = ligne.split()
35                  l_v.append(float(v))
36                  l_d.append(float(d))
37      return l_v, l_d
```

Annexe 2

Voici le code Arduino permettant de lire les données du débitmètre (en L/min), adapté d'un tutoriel de DIYhacking.com :

```
1  byte sensorInterrupt = 0;
2  byte sensorPin = 2;
3  float calibrationFactor = 4.5;
4
5  volatile byte pulseCount;
6  float flowRate;
7  unsigned long oldTime;
8
9  void setup() {
10     Serial.begin(9600);
11     pinMode(sensorPin, INPUT);
12     digitalWrite(sensorPin, HIGH);
13     pulseCount = 0;
14     flowRate = 0.0;
15     oldTime = 0;
16     attachInterrupt(sensorInterrupt, pulseCounter, FALLING);
17 }
18
19 void loop() {
20     if ((millis() - oldTime) > 100) {
21         detachInterrupt(sensorInterrupt);
22         flowRate = ((1000.0 / (millis() - oldTime)) * pulseCount) / calibrationFactor;
23         oldTime = millis();
24         Serial.println(int(flowRate));
25         pulseCount = 0;
26         attachInterrupt(sensorInterrupt, pulseCounter, FALLING);
27     }
28 }
29
30 void pulseCounter() {
31     pulseCount++;
32 }
```

Annexe 3

Voici le code permettant de lire la pression sur le manomètre d'une pompe btwin 500 (voir photo ci-contre). N'ayant pas de webcam, j'ai d'abord essayé de positionner une gopro hero 5 session au dessus du manomètre et connecter mon ordinateur à celle-ci via WIFI pour récupérer les images. J'ai réussi à établir une connexion via le module goprocaml mais je n'ai pas trouvé le moyen de récupérer les données. J'ai donc décidé de brancher mon téléphone (iPhone7) à mon macbook air tournant sur OS Catalina et de connecter python à QuickTimePlayer pour enregistrer l'activité de mon téléphone. N'ayant pas trouvé de moyen de me connecter, j'ai finalement décidé de faire un enregistrement d'écran de l'ordinateur où à travers QuickTimePlayer, on pouvait avoir accès à la caméra de mon iPhone. Le contour du manomètre étant rouge, cela permet d'isoler l'image du manomètre, de la centrer puis de réduire la qualité de l'image à 400x400 px pour accélérer les calculs et pour travailler avec des dimensions fixes. À partir de points de référence que sont : le point où la pression $P = 0$ bar (noté B), le centre du manomètre (noté O) et le bout de l'aiguille (noté A), on calcule le produit scalaire et la norme des vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OA}$ ce qui permet de calculer l'angle $\widehat{AOB}$. Avec un rapporteur on mesure l'angle correspondant à 1 bar, on peut alors calculer la pression P (en bar) en fonction de l'angle $\widehat{AOB}$ trouvé.

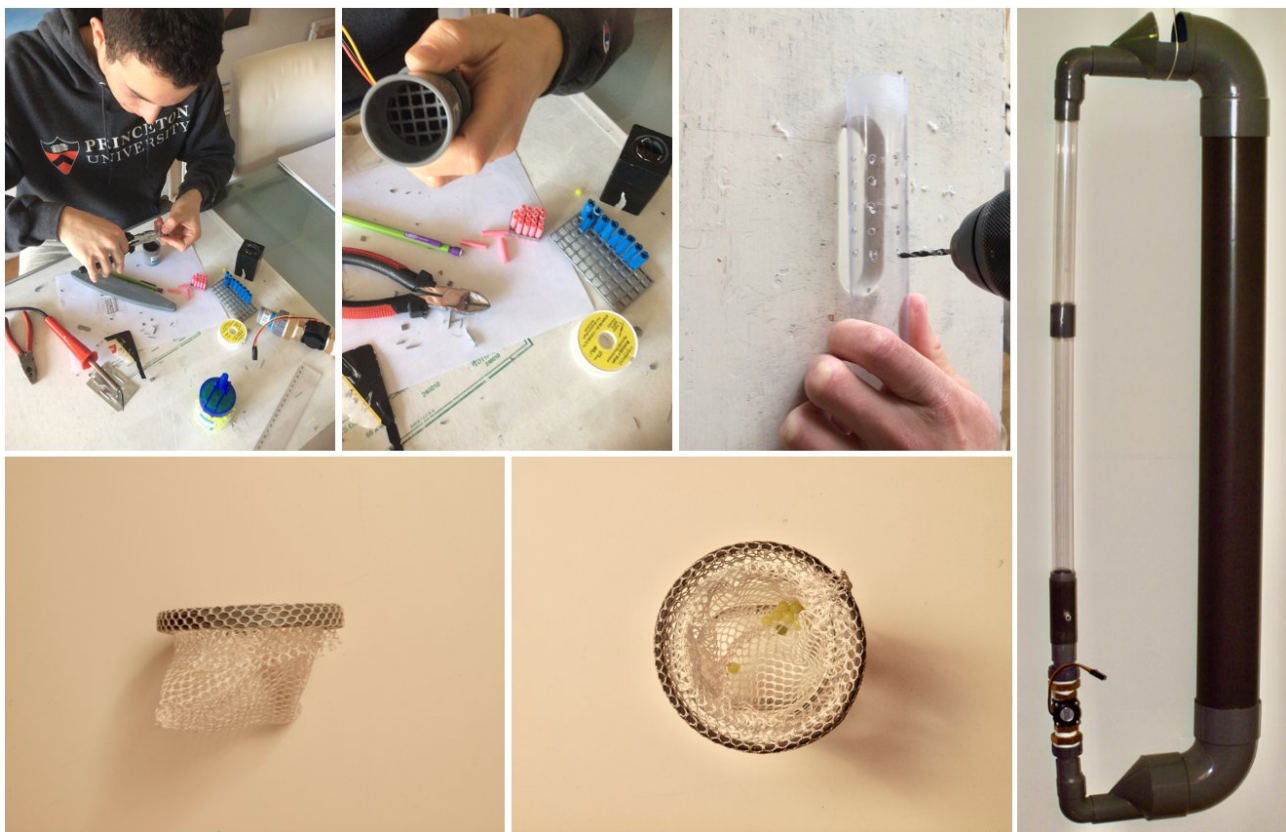


Photo du manomètre

```
1 import time
2
3 import numpy as np
4 from PIL import Image, ImageGrab
5
6 ANGLE_BAR = 25
7
8
9 def produit_scalaire(A, B, O):
10     return (A[0] - O[0]) * (B[0] - O[0]) + (A[1] - O[1]) * (B[1] - O[1])
11
12
13 def norme(A, O):
14     return np.sqrt((A[0] - O[0]) ** 2 + (A[1] - O[1]) ** 2)
15
16
17 def angle(A, B, O):
18     return np.arccos(produit_scalaire(A, B, O) / (norme(A, O) * norme(B, O)))
19
20
21 def minimum(liste, k):
22     return min(liste, key=lambda point: point[k])
23
24
25 def determination_pression(image):
26     img = Image.fromarray(image[: image.shape[1]])
27     img.thumbnail((400, 400), Image.LANCZOS)
28     img = np.array(img)
29     n, p, _ = img.shape
30     O = (n // 2, p // 2)
31     A = (O[0] + O[1] / np.tan(1.0), O)
32     fleche = [(i, j) for i in range(150, 300) for j in range(100, 220)
33               if img[i, j, 0] > 100 and img[i, j, 1] > 100 and img[i, j, 2] < 100]
34     B = minimum(fleche, 1)
35     return angle(A, B, O) / np.radians(ANGLE_BAR)
36
37
38 def pression(duree=8, attente=2):
39     t = time.time()
```

```
40 while time.time() - t < duree:
41     if time.time() - t > attente:
42         print(determination_pression(np.array(ImageGrab.grab(bbox=(900, 200, 2000,
↵ 1700))))))
```

Annexe 4



Photos de la pompe n°2

Annexe 5

Voici le code python du modèle de la pompe (bilan de quantité de mouvement intégré le long du tube, lois de fermeture et rendements). Les figures de ce document sont tracées par un second programme qui utilise ce modèle.

```
1  from __future__ import annotations
2
3  from dataclasses import dataclass
4  from math import log, pi, sqrt
5
6  from scipy.optimize import brentq
7
8  g = 9.81
9  R_AIR = 287.05
10 ALPHA_S_MAX = 0.5
11
12
13 @dataclass(frozen=True)
14 class Fluides:
15     rho_l: float = 998.0
16     mu_l: float = 1.0e-3
17     sigma: float = 0.072
18     mu_g: float = 1.81e-5
19     T: float = 293.15
20     p_a: float = 101325.0
21
22     def rho_g(self, p):
23         return p / (R_AIR * self.T)
24
25
26 @dataclass(frozen=True)
27 class Pompe:
28     D: float
29     L2: float
30     L1: float
31     L3: float
32     K_e: float = 0.5
33     K_l: float = 0.0
34     K_m: float = 0.0
35     z_m: float = 0.0
36
37     @property
38     def A(self):
39         return pi * self.D**2 / 4
40
41     @property
42     def gamma(self):
43         return self.L3 / self.L1
44
45
46 @dataclass(frozen=True)
47 class Fermetures:
48     vide: str = "derive"
49     C0: float | None = None
50     Vgj: float | None = None
51
52
53 @dataclass(frozen=True)
54 class Solides:
55     J_s: float
56     rho_s: float
```

```

57     u_t: float
58
59
60 @dataclass
61 class Etat:
62     Q_l: float
63     J_l: float
64     J_ga: float
65     p_inj: float
66     alpha_sortie: float
67     termes: dict
68     profil: dict
69
70
71 def lambda_darcy(Re):
72     if Re <= 0:
73         return 0.0
74     A = (2.457 * log((Re / 7) ** 0.9)) ** 16
75     B = (37530 / Re) ** 16
76     return 8 * ((8 / Re) ** 12 + (A + B) ** -1.5) ** (1 / 12)
77
78
79 def gradient_frottement(J, rho, mu, D):
80     return lambda_darcy(rho * abs(J) * D / mu) * rho * J * abs(J) / (2 * D)
81
82
83 def _turbulent(Re):
84     t = min(max((Re - 2000) / 2000, 0.0), 1.0)
85     return t * t * (3 - 2 * t)
86
87
88 def constante_chisholm(Re_l, Re_g):
89     wl, wg = _turbulent(Re_l), _turbulent(Re_g)
90     return 5 + 5 * wl + 7 * wg + 3 * wl * wg
91
92
93 def vitesse_derive(D, fl, rho_g):
94     drho = fl.rho_l - rho_g
95     if D / sqrt(fl.sigma / (g * drho)) <= 30:
96         return 0.35 * sqrt(g * D)
97     return 0.92 * (fl.sigma * g * drho / fl.rho_l**2) ** 0.25 * (rho_g / fl.rho_l) ** -0.157
98
99
100 def taux_de_vider(J_g, J_l, J_s, rho_g, pompe, fl, fe):
101     if J_g <= 0:
102         return 0.0
103     if fe.vide == "smith":
104         x = rho_g * J_g / (rho_g * J_g + fl.rho_l * (J_l + J_s))
105         if x >= 1:
106             return 1.0
107         a, b = 1 / x - 1, rho_g / fl.rho_l
108         return 1 / (1 + 0.4 * b * a + 0.6 * b * a * sqrt((1 / b + 0.4 * a) / (1 + 0.4 * a)))
109     C0 = fe.C0 if fe.C0 is not None else 1.2 - 0.2 * sqrt(rho_g / fl.rho_l)
110     Vgj = fe.Vgj if fe.Vgj is not None else vitesse_derive(pompe.D, fl, rho_g)
111     return J_g / (C0 * (J_g + J_l + J_s) + Vgj)
112
113
114 def fraction_solide(J_s, J_l, alpha_g, u_t):
115     if J_s <= 0:
116         return 0.0
117     a = 1 - alpha_g

```

```

118     if u_t <= 0:
119         a_s = J_s * a / (J_l + J_s)
120     else:
121         b = J_l + J_s - u_t * a
122         a_s = (-b + sqrt(b * b + 4 * u_t * J_s * a)) / (2 * u_t)
123     if a_s > ALPHA_S_MAX:
124         raise ValueError("lit compact")
125     return a_s
126
127
128 def _phases(p, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol):
129     rho_g = fl.rho_g(p)
130     J_g = m_g / (rho_g * pompe.A)
131     J_s = sol.J_s if sol else 0.0
132     a_g = taux_de_vide(J_g, J_l, J_s, rho_g, pompe, fl, fe)
133     a_s = fraction_solide(J_s, J_l, a_g, sol.u_t) if sol else 0.0
134     a_l = max(1 - a_g - a_s, 1e-9)
135     M = (fl.rho_l * J_l**2 / a_l if J_l > 0 else 0.0) + (rho_g * J_g**2 / a_g if a_g > 0
136         ↪ else 0.0)
137     if sol:
138         M += sol.rho_s * J_s**2 / a_s
139     return M, rho_g, J_g, a_g, a_s
140
141 def _pression(Pi, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol):
142     p = Pi
143     for _ in range(50):
144         p_nouv = Pi - _phases(p, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)[0]
145         if abs(p_nouv - p) < 1e-6:
146             break
147         p = p_nouv
148     return p
149
150
151 def _gradients(p, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol):
152     _, rho_g, J_g, a_g, a_s = _phases(p, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)
153     rho_m = a_g * rho_g + (1 - a_g - a_s) * fl.rho_l + (a_s * sol.rho_s if sol else 0.0)
154     dp_l = gradient_frottement(J_l, fl.rho_l, fl.mu_l, pompe.D)
155     dp_g = gradient_frottement(J_g, rho_g, fl.mu_g, pompe.D)
156     C = constante_chisholm(fl.rho_l * J_l * pompe.D / fl.mu_l, rho_g * J_g * pompe.D /
157         ↪ fl.mu_g)
158     return rho_m * g, dp_l + C * sqrt(dp_l * dp_g) + dp_g, a_g, a_s, rho_g, J_g
159
160 def _injection(J_l, pompe, fl, sol):
161     dyn = 0.5 * fl.rho_l * J_l**2
162     lam = lambda_darcy(fl.rho_l * J_l * pompe.D / fl.mu_l)
163     pertes = {"aspiration": (1 + pompe.K_e + pompe.K_l + lam * pompe.L2 / pompe.D) * dyn}
164     M = fl.rho_l * J_l**2
165     if sol:
166         a_s = fraction_solide(sol.J_s, J_l, 0.0, sol.u_t)
167         U_s = sol.J_s / a_s
168         pertes["poids des grains"] = (sol.rho_s - fl.rho_l) * a_s * g * pompe.L2
169         pertes["mise en vitesse des grains"] = sol.rho_s * sol.J_s * U_s
170         M = fl.rho_l * J_l**2 / (1 - a_s) + sol.rho_s * sol.J_s * U_s
171     p = fl.p_a + fl.rho_l * g * pompe.L3 - sum(pertes.values())
172     return p, M, pertes
173
174
175 def residu(J_l, Q_ga, pompe, fl=Fluides(), fe=Fermetures(), sol=None, n=60, details=False):
176     m_g = fl.rho_g(fl.p_a) * Q_ga

```

```

177 p_inj, M0, pertes = _injection(J_l, pompe, fl, sol)
178 Pi = p_inj + M0
179 dz = pompe.L1 / n
180 J_s = sol.J_s if sol else 0.0
181 poids = poids_ns = frottement = singularite = 0.0
182 profil = {k: [] for k in ("z", "p", "alpha", "alpha_s", "J_g", "U_l", "U_g", "U_s")}
183 p = _pression(Pi, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)
184 for i in range(n):
185     w1, f1, *_ = _gradients(p, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)
186     p_mil = _pression(Pi - 0.5 * dz * (w1 + f1), J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)
187     w, f, a_g, a_s, rho_g, J_g = _gradients(p_mil, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)
188     Pi -= dz * (w + f)
189     poids += dz * w
190     frottement += dz * f
191     if details:
192         a_ns = J_g / (J_g + J_l + J_s) if J_g > 0 else 0.0
193         poids_ns += dz * g * (fl.rho_l * (1 - a_ns - a_s) + rho_g * a_ns + (sol.rho_s *
194             ↪ a_s if sol else 0.0))
195         a_l = 1 - a_g - a_s
196         ligne = ((i + 0.5) * dz, p_mil, a_g, a_s, J_g, J_l / a_l, J_g / a_g if a_g else
197             ↪ 0.0, J_s / a_s if a_s else 0.0)
198         for k, v in zip(profil, ligne):
199             profil[k].append(v)
200     if pompe.K_m and i * dz < pompe.z_m <= (i + 1) * dz:
201         singularite = pompe.K_m * 0.5 * (fl.rho_l * J_l + rho_g * J_g) * (J_l + J_g)
202         Pi -= singularite
203     p = _pression(Pi, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)
204 if not details:
205     return p - fl.p_a
206 M_sortie, _, _, a_sortie, _ = _phases(p, J_l, m_g, pompe, fl, fe, sol)
207 termes = {"poids sans glissement": poids_ns, "glissement": poids - poids_ns,
208     ↪ "frottement": frottement,
209     ↪ "accélération": M_sortie - M0, **pertes, "singularité diphasique":
210     ↪ singularite}
211 return p - fl.p_a, p_inj, a_sortie, termes, profil
212
213
214
215 def _etat(J_l, Q_ga, pompe, fl, fe, sol, n):
216     _, p_inj, a_sortie, termes, profil = residu(J_l, Q_ga, pompe, fl, fe, sol, n,
217     ↪ details=True)
218     return Etat(J_l * pompe.A, J_l, Q_ga / pompe.A, p_inj, a_sortie, termes, profil)
219
220
221
222 def debit_liquide(Q_ga, pompe, fl=Fluides(), fe=Fermetures(), sol=None, n=60, J_max=20.0):
223     def F(J):
224         try:
225             return residu(J, Q_ga, pompe, fl, fe, sol, n)
226         except ValueError:
227             return float("nan")
228
229     if sol:
230         bas = sol.u_t + sol.J_s
231         grille = [bas * (J_max / bas) ** (k / 30) for k in range(31)]
232         valeurs = [F(J) for J in grille]
233         k0 = next((k for k, v in enumerate(valeurs) if v > 0), None)
234         if k0 is None:
235             return None
236         k1 = next(k for k in range(k0 + 1, len(valeurs)) if valeurs[k] <= 0)
237         bas, haut = grille[k1 - 1], grille[k1]
238     else:
239         if F(0.0) <= 0:

```

```

233         return _etat(0.0, Q_ga, pompe, fl, fe, sol, n)
234     bas, haut = 0.0, 0.5
235     while F(haut) > 0:
236         haut *= 2
237     return _etat(brentq(F, bas, haut, xtol=1e-6), Q_ga, pompe, fl, fe, sol, n)
238
239
240 def transport_possible(Q_ga, pompe, sol, fl=Fluides(), fe=Fermetures(), n=30, J_max=20.0):
241     bas = sol.u_t + sol.J_s
242     for k in range(25):
243         try:
244             if residu(bas * (J_max / bas) ** (k / 24), Q_ga, pompe, fl, fe, sol, n) > 0:
245                 return True
246             except ValueError:
247                 pass
248     return False
249
250
251 def debit_air_necessaire(J_l, pompe, fl=Fluides(), fe=Fermetures(), sol=None, n=60,
↪ Q_max=1e3):
252     def F(Q):
253         try:
254             return residu(J_l, Q, pompe, fl, fe, sol, n)
255             except ValueError:
256                 return float("nan")
257
258     precedent = None
259     for k in range(64, -1, -1):
260         Q = Q_max * 10.0 ** (-k / 8)
261         f = F(Q)
262         if f > 0:
263             if precedent is None:
264                 return None
265             return _etat(J_l, brentq(F, precedent, Q, xtol=1e-9 * Q), pompe, fl, fe, sol, n)
266         precedent = Q if f == f else None
267     return None
268
269
270 def puissance_compression(Q_ga, pompe, fl=Fluides()):
271     return fl.p_a * Q_ga * log(1 + fl.rho_l * g * pompe.L3 / fl.p_a)
272
273
274 def rendement(Q_l, Q_ga, pompe, fl=Fluides()):
275     if Q_ga <= 0:
276         return 0.0
277     return fl.rho_l * g * Q_l * (pompe.L1 - pompe.L3) / puissance_compression(Q_ga, pompe,
↪ fl)
278
279
280 def rendement_solides(Q_s, rho_s, Q_ga, pompe, fl=Fluides()):
281     utile = g * Q_s * ((rho_s - fl.rho_l) * (pompe.L2 + pompe.L3) + rho_s * (pompe.L1 -
↪ pompe.L3))
282     return utile / puissance_compression(Q_ga, pompe, fl)
283
284
285 def vitesse_amorçage(pompe, C0=1.2, Vgj=None):
286     Vgj = Vgj if Vgj is not None else 0.35 * sqrt(g * pompe.D)
287     a = 1 - pompe.gamma
288     return Vgj * a / (1 - C0 * a) if C0 * a < 1 else float("inf")
289
290

```

```

291 def rendement_limite(gamma, CO=1.2):
292     return (1 - CO * (1 - gamma)) / (CO * gamma)
293
294
295 def vitesse_chute(d, rho_s, fl=Fluides()):
296     Rgd = g * d * (rho_s - fl.rho_l) / fl.rho_l
297     u = sqrt(4 * Rgd / (3 * 0.44))
298     for _ in range(200):
299         Re = fl.rho_l * u * d / fl.mu_l
300         Cd = 24 / Re * (1 + 0.15 * Re**0.687) if Re < 1000 else 0.44
301         u_nouv = sqrt(4 * Rgd / (3 * Cd))
302         if abs(u_nouv - u) < 1e-10:
303             break
304         u = 0.5 * (u + u_nouv)
305     return u

```

Annexe 6

Voici les mesures réalisées. Les débits d'air sont calculés avec la courbe d'étalonnage et un tube d'injection de 6 mm de diamètre intérieur ; les débits d'eau sont ceux lus sur le débitmètre. Les pressions marquées d'un astérisque sont hors de la plage d'étalonnage.

Étalonnage de la vitesse de l'air en sortie du tube d'injection

p (bar)	v (m/s)
0,50	16,02
0,75	17,00
1,00	17,77
1,10	18,45
1,20	19,02
1,30	19,70
1,40	20,01
1,50	21,94
1,60	23,35
1,70	24,84

Première expérience, série 1 ($L_3 = 0,528$ m)

p (bar)	v_{air} (m/s)	Q_g (L/s)	Lecture (L/min)	Q_l (L/s)
0,5	15,98	0,452	13,71	0,229
1,0	17,81	0,504	15,50	0,258
1,2	18,81	0,532	16,45	0,274
1,4	20,45	0,578	17,05	0,284
1,6	23,05	0,652	17,24	0,287
1,8*	26,96	0,762	17,08	0,285

Première expérience, série 2 ($L_3 = 0,528$ m)

p (bar)	v_{air} (m/s)	Q_g (L/s)	Lecture (L/min)	Q_l (L/s)
1,0	17,81	0,504	15,64	0,261
1,2	18,81	0,532	15,67	0,261
1,4	20,45	0,578	17,46	0,291
1,6	23,05	0,652	17,82	0,297
2,0*	32,48	0,918	21,76	0,363

Seconde expérience (pression de 1,6 bar)

L_3 (m)	$\gamma = L_3/L_1$	Q_l (L/s)
0,429	0,48	0,277
0,502	0,57	0,297
0,528	0,60	0,307
0,574	0,65	0,299
0,607	0,69	0,292